大卒程度対応

地方上級・市役所・国家総合職・国家一般職・国税専門官・
労働基準監督官・裁判所職員・外務専門職・警察官・消防官

公務員試験

10日でわかる!

テキスト Quick Master

クイックマスター

自然科学

■LEC専任講師陣が総力を挙げて作成 ■出題頻度の高い分野と重要項目を厳選
■国家公務員新試験制度に対応 ■全国の市役所採用試験対策にも最適

合格のLEC

LEC東京リーガルマインド 編著

10日でわかる！

テキスト Quick Master

クイックマスター

自然科学

は　し　が　き

公務員試験は社会人としての常識を試す総合問題

公務員試験は，全部の総合力を試すものです。ある特定の科目について飛びぬけた才能が要求されているのではなく，全科目を通した一般的な社会人としての常識を持っているかどうかという点が求められているのです。それは，難度が高く幹部候補生として活躍することが求められている国家総合職試験についても，強い組織への忠誠心が求められ，組織で活動する警察官・消防官についても同様です。なかでも教養試験はこれまでの小学校から大学までに学習したことを総合的に試すもので，一朝一夕には身に付けにくい内容になっています。

教養科目の克服法

公務員試験の教養科目は数的処理・文章理解という判断力を試す問題と国語・数学・理科・社会などこれまでの学習内容の正確な暗記という2つの側面が要求されています。これらの科目の学習法については，良質な問題の演習を繰り返し行いながら，出題される可能性が高い分野を暗記してしまうことが重要です。

本書の特長

本書は，本来なら膨大な範囲である公務員試験の一般教養科目知識分野について，10日間で学習できるよう出題頻度の高い分野を厳選し，確実に覚えなければならないポイントを明確にしました。範囲の広い一般教養分野を明確にすることができ，一般教養科目全体を短期間で克服することができます。

本書を利用された皆さんが，初志を貫徹し公務員試験に合格されることを心より祈念いたします。

2012年３月吉日

株式会社　東京リーガルマインド
LEC総合研究所　公務員試験部

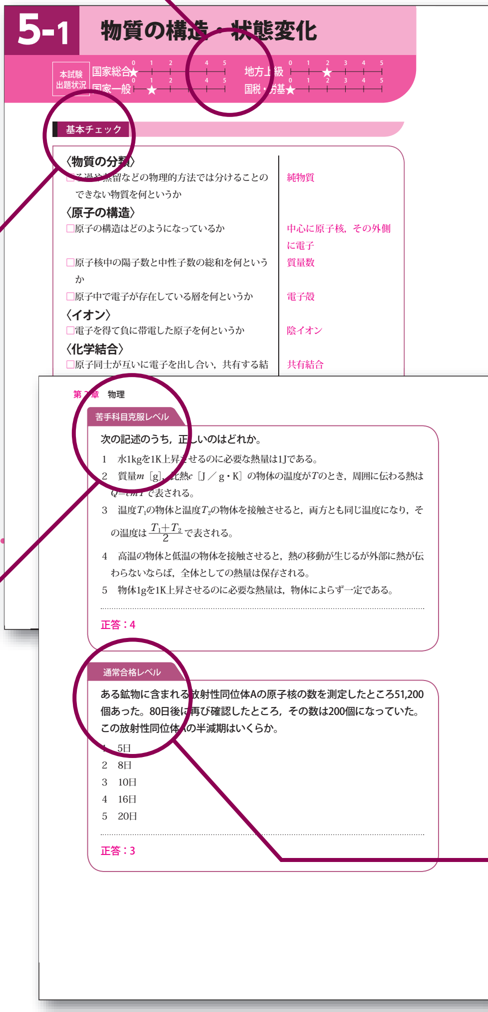
本書の効果的活用法

● 出題頻度

地方上級，国家総合職，国家一般職，国税専門官試験の過去問における出題頻度を示してあります。右に行くほど出題頻度が頻出となります。頻出分野の学習も必要ですが，近年出題されていない分野も次の試験で狙われる可能性がありますから時間に余裕がある人はきちんと学習しましょう。

● 基本チェック

単元の学習の指針です。ここで知識の確認を行ってください。時間に余裕がなければ，この「基本チェック」がすべて確認できている単元については本格的な学習は後回しとして，未習部分の学習を優先させる方法もあります。



5-1 物質の構造・状態変化

本試験出題状況 国家総合 国家一般 地方上級 国税・労基

基本チェック

〈物質の分類〉

□ろ過や蒸留などの物理的方法では分けることのできない物質を何というか　純物質

〈原子の構造〉

□原子の構造はどのようになっているか　中心に原子核，その外側に電子

□原子核中の陽子数と中性子数の総和を何というか　質量数

□原子中で電子が存在している層を何というか　電子殻

〈イオン〉

□電子を得て負に帯電した原子を何というか　陰イオン

〈化学結合〉

□原子同士が互いに電子を出し合い，共有する結　共有結合

第2章　物理

苦手科目克服レベル

次の記述のうち，正しいのはどれか。

1　水1kgを1K上昇させるのに必要な熱量は1Jである。

2　質量m［g］，比熱c［J／g・K］の物体の温度がTのとき，周囲に伝わる熱は$Q=cmT$で表される。

3　温度T_1の物体と温度T_2の物体を接触させると，両方とも同じ温度になり，その温度は$\frac{T_1+T_2}{2}$で表される。

4　高温の物体と低温の物体を接触させると，熱の移動が生じるが外部に熱が伝わらないならば，全体としての熱量は保存される。

5　物体1gを1K上昇させるのに必要な熱量は，物体によらず一定である。

正答：4

通常合格レベル

ある鉱物に含まれる放射性同位体Aの原子核の数を測定したところ51,200個あった。80日後に再び確認したところ，その数は200個になっていた。この放射性同位体Aの半減期はいくらか。

1　5日

2　8日

3　10日

4　16日

5　20日

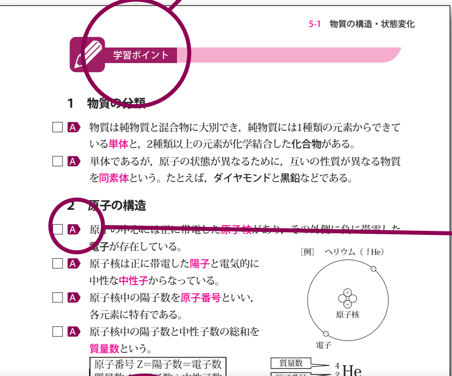
正答：3

〈問題演習〉

それぞれの単元で実践的知識が身に付いたとしてもまだ試験対策は十分とはいえません。実際に五肢択一式の問題にチャレンジしてみて，本書での学習が身に付いたかどうかを総合的にチェックしていきましょう。

● 苦手科目克服レベル

試験に合格するためには不得意分野の苦手な教科であっても，避けて通るわけにはいきません。どんなに苦手な単元であっても，このレベルで問われている知識は必須であるという内容になっています。


5-1 物質の構造・状態変化

学習ポイント

1 物質の分類

□ A 物質は純物質と混合物に大別でき，純物質には1種類の元素からできている単体と，2種類以上の元素が化学結合した化合物がある。

□ A 単体であるが，原子の状態が異なるために，互いの性質が異なる物質を同素体という。たとえば，ダイヤモンドと黒鉛などである。

2 原子の構造

□ A 原子の中心には正に帯電した原子核があり，その外側に負に帯電した電子が存在している。

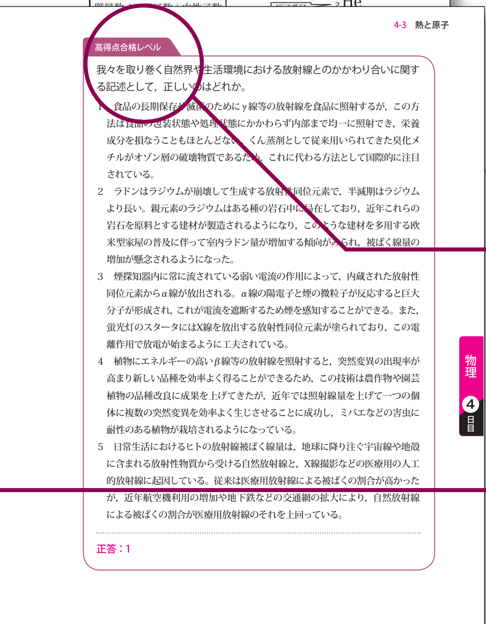
□ A 原子核は正に帯電した陽子と電気的に中性な中性子からなっている。

□ A 原子核中の陽子数を原子番号といい，各元素に特有である。

□ A 原子核中の陽子数と中性子数の総和を質量数という。

原子番号 Z=陽子数=電子数

質量数 $^4_2$He


4-3 熱と原子

高得点合格レベル

我々を取り巻く自然界や生活環境における放射線とのかかわり合いに関する記述として，正しいのはどれか。

1 食品の長期保存や滅菌のためにγ線等の放射線を食品に照射するが，この方法は食品の包装状態や処理状態にかかわらず内部まで均一に照射でき，栄養成分を損なうこともほとんどない。くん蒸剤として従来用いられてきた臭化メチルがオゾン層の破壊物質であるため，これに代わる方法として国際的に注目されている。

2 ラドンはラジウムが崩壊して生成する放射性同位元素で，半減期はラジウムより長い。親元素のラジウムはある種の岩石中に偏在しており，近年これらの岩石を原料とする建材が製造されるようになり，このような建材を多用する欧米型家屋の普及に伴って室内ラドン量が増加する傾向がみられ，被ばく線量の増加が懸念されるようになった。

3 煙探知器内に常に流されている弱い電流の作用によって，内蔵された放射性同位元素からα線が放出される。α線の陽電子と煙の微粒子が反応すると巨大分子が形成され，これが電流を遮断するため煙を感知することができる。また，蛍光灯のスタータにはX線を放出する放射性同位元素が塗られており，この電離作用で放電が始まるように工夫されている。

4 植物にエネルギーの高いβ線等の放射線を照射すると，突然変異の出現率が高まり新しい品種を効率よく得ることができるため，この技術は農作物や園芸植物の品種改良に成果を上げてきたが，近年では照射線量を上げて一つの個体に複数の突然変異を効率よく生じさせることに成功し，ミバエなどの害虫に耐性のある植物が栽培されるようになっている。

5 日常生活におけるヒトの放射線被ばく線量は，地球に降り注ぐ宇宙線や地殻に含まれる放射性物質から受ける自然放射線と，X線撮影などの医療用の人工的放射線に起因している。従来は医療用放射線による被ばくの割合が高かったが，近年航空機利用の増加や地下鉄などの交通網の拡大により，自然放射線による被ばくの割合が医療用放射線のそれを上回っている。

正答：1

物理 4日目

● 学習ポイント

本書の核となる部分です。ＬＥＣ講師陣が過去問を精査し，出題される際によく問われる部分を厳選し，選択肢を取捨する際に鍵となる事項（いわゆる「ひっかけポイント」や「選択肢の切りどころ」）を踏まえたかたちで掲載しています。この部分を徹底的に学習することで，本番の試験問題に直結した実践的知識が身に付きます。

● ランク

ランクA　最重要ランクです。必須の知識です。

ランクB　標準ランクです。

ここまで学習しておくことが合格の秘訣です。

ランクC　任意ランクです。

あまり出題されることはないものの，知っておけば高得点を期待できるレベルです。

● 高得点合格レベル

得意分野であれば，通常合格レベルよりも難易度が高い応用問題レベルの出題があった場合にも得点源としたいものです。

● 通常合格レベル

一般的な合格レベルの問題です。このレベルの問題が難なく正解できるようであれば本番の試験問題にも十分対応可能でしょう。

はしがき
本書の効果的活用法

第1章　数学

1–1　数と式　2
1–2　方程式・不等式　8
1–3　関数とグラフ　14
2–1　図形　20
2–2　場合の数・確率　28
2–3　微分・積分　36

第2章　物理

3–1　力学①　44
3–2　力学②　52
3–3　力学③　60
4–1　波の性質　68
4–2　電気　78
4–3　熱と原子　86

第3章　化学

5–1　物質の構造・状態変化　94

5–2 気体と溶液の性質 102
5–3 酸化・還元と化学方程式 108
6–1 無機化学 116
6–2 有機化学 124
6–3 生活関連化学・環境化学 132

第4章 生物

7–1 ミクロの世界 140
7–2 遺伝・進化 146
7–3 動物の体① 152
8–1 動物の体② 158
8–2 植物の体 164
8–3 生態系 170

第5章 地学

9–1 地球の内部構造 178
9–2 化石・地層と火山 188
9–3 大気の運動 196
10–1 日本の天気と海水の運動 204
10–2 太陽系の惑星 214
10–3 太陽と恒星 222

第１章

数学

1–1　数と式

1–2　方程式・不等式

1–3　関数とグラフ

2–1　図形

2–2　場合の数・確立

2–3　微分・積分

1-1 数と式

本試験出題状況		
国家総合	5	地方上級
国家一般	1	国税・労基

本試験出題状況	出題状況（0〜5）
国家総合	★5
国家一般	★1
地方上級	★4
国税・労基	★1

基本チェック

〈因数分解〉

□$x^2+(a+b)x+ab$ を因数分解すると	$(x+a)(x+b)$
□$x^2+2ax+a^2$ を因数分解すると	$(x+a)^2$
□x^2-a^2 を因数分解すると	$(x-a)(x+a)$

〈剰余の定理〉

□xの整式 $f(x)$ を$x-a$で割ったときの余りは	$f(a)$

〈指数法則〉

□$a^x \times a^y$ を簡単にすると	a^{x+y}
$\dfrac{1}{a^x}$ を簡単にすると	a^{-x}
$\sqrt[y]{a^x}$ を簡単にすると	$(a^x)^{\frac{1}{y}}=a^{\frac{x}{y}}$

〈対数の定義〉

□$a>0$とし，$P>0$とする。$a^r=P$のとき，aを底とするPの対数とは	$r=\log_a P$

学習ポイント

1　因数分解と乗法公式

□ A 因数分解は乗法公式の逆をたどればよい。

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$（複号同順）

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$（複号同順）

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$（複号同順）

2　整式の割り算

□ A 整式$f(x)$を$g(x)$で割ったときの商を$P(x)$，余りを$Q(x)$ とすると，

$f(x)=g(x)P(x)+Q(x)$

が成り立つ。

また，$g(x)$がn次の整式ならば，$Q(x)$は$(n-1)$次以下の整式になる。

(例1) ある整式を2次式で割った場合，余りは1次以下の式となるので$ax+b$とおくことができる（このときaの値は0になる可能性もある）。

□ A **剰余の定理**

xの整式$f(x)$を$x-a$で割ったときの余りは，$f(a)$である。

□ B **因数定理**

$f(x)$が$x-a$で割り切れるとき，$f(a)=0$

すなわち$f(x)$は$x-a$を因数に持つ。3次以上の高次方程式はこの因数定理を利用して解く。

(例1) $f(x)=x^2+bx+1$を$x-1$で割ると1余る。bの値を求めよ。

剰余の定理より，

$f(1)=1+b+1=1$

$\therefore\quad b=-1$

3　恒等式

□ A　式の中の文字にどんな値を代入しても等号が成り立つ式のことを**恒等式**という。恒等式に関する問題は両辺の各項の係数を比較すればよい。

（例1）整式の各項の係数

$ax^2+bx+c=2x^2+2$が成り立つとき，両辺の各項の係数を比較する。

　x^2の係数：$a=2$

　xの係数：$b=0$

　定数項：$c=2$

（例2）複素数における実部と虚部

$x+y+(2x+y)i=i$が成り立つとき，両辺の実部と虚部を比較する。

　実部：$x+y=0$

　虚部：$2x+y=1$

これより，$x=1$，$y=-1$

（例3）整数部分と無理数（$\sqrt{\ }$）の係数

$a+b+(b+c)\sqrt{2}+(c+a)\sqrt{3}=1+\sqrt{3}$が成り立つとき，両辺の整数部分，$\sqrt{2}$の係数，$\sqrt{3}$の係数を比較する。

　整数部分：$a+b=1$

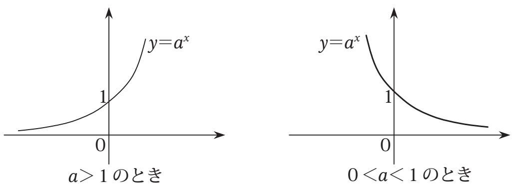
　$\sqrt{2}$の係数：$b+c=0$

　$\sqrt{3}$の係数：$c+a=1$

これより，$a=1$，$b=0$，$c=0$

4　指数関数

□ B　指数関数$y=a^x$のグラフ（$a>0$，$a\neq1$）



□ A　**指数の大小**

$a>0$，$a\neq0$のとき，グラフより次のことがわかる。

　$a^x=a^y \Leftrightarrow x=y$

$a>1$のとき $x<y \Leftrightarrow a^x<a^y$

$0<a<1$のとき $x<y \Leftrightarrow a^x>a^y$

（例1）$\sqrt{2}$と$\frac{1}{2}$の大小

$\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}$，$\frac{1}{2}=2^{-1}$である。$y=2^x$のグラフは前頁の左図のようになるので，

$\frac{1}{2}<\sqrt{2}$であることがわかる。

5　対数とその性質

□ C **対数の定義**

$$a^r=P \quad \Leftrightarrow \quad r=\log_a P$$

$\log_a P$をaを底とするPの対数と定義する。

$\log_a P$において$a>0$，$a\neq1$，$P>0$である。

□ C **対数の性質**

$P>0$，$Q>0$，$a>0$，$a\neq1$，$b>0$，$b\neq1$とする。

$P=Q \Leftrightarrow \log_a P=\log_a Q$

$\log_a P^r=r\log_a P$

$\log_a a=1$

$\log_a 1=0$

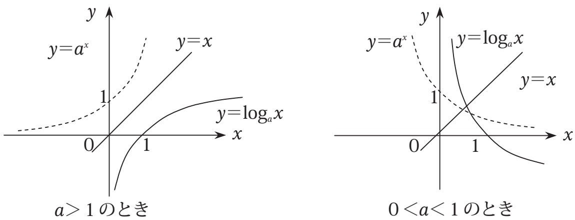
$\log_a PQ=\log_a P+\log_a Q$

$\log_a \frac{P}{Q}=\log_a P-\log_a Q$

$\log_a P=\frac{\log_b P}{\log_b a}$

□ C **$y=\log_a x$のグラフ**

$y=x$に関して$y=a^x$と対称な曲線になる。



6　整数の性質

□ B　2つの正の整数A，Bの最大公約数をG，最小公倍数をLとすると，

$A=GA'$，$B=GB'$（A'とB'は互いに素）

と表されて，

$L=A'B'G=AB'=A'B$

$LG=AB$

が成り立つ。

□ A　**連続した2つの整数の表し方**

n，$n+1$または，$n-1$，n

連続2整数の積は偶数なので，**2の倍数**である。

□ A　**連続した3つの整数の表し方**

n，$n+1$，$n+2$または，$n-1$，n，$n+1$

連続3整数の積は，**6の倍数**である。

苦手科目克服レベル

整式$P(x)$を$x-2$で割ると5余り，$x+1$で割ると-1余る。このとき，$P(x)$を$(x-2)(x+1)$で割ったときの余りを，さらに$x-1$で割ったときの余りとして，正しいのは次のうちどれか。

1　7

2　5

3　4

4　3

5　1

正答：4

通常合格レベル

3次式$f(x)$はx^2+1で割ると$2x+3$余り，x^2+x+1で割ると$3x+2$余る。このとき$f(x)$として，正しいのはどれか。

1　x^3-2x^2+x+1

2　x^3-2x^2+3x+1

3　$-x^3-2x^2+x+1$

4　$-x^3-2x^2+3x+1$

5　$-2x^3+x+1$

正答：3

高得点合格レベル

nは7で割り切れない自然数である。このときn^7-nは何の倍数であるかを以下のように求めた。ア，エに入る数値の組合せとして，正しいのはどれか。

n^3を7で割ったときの余りは$\boxed{\text{ア}}$である。よって，

$n^3-n=n(n^3-1)(n^3+1)$

より，n^7-nは$\boxed{\text{イ}}$で割り切れる。

さらに$n(n^3-1)(n^3+1)$を因数分解すると，

$n(n^3-1)(n^3+1)=\boxed{\text{ウ}}$

より，n^7-nは$\boxed{\text{エ}}$の倍数であることがわかる。

よって，n^7-nは$\boxed{\text{イ}}$の倍数かつ$\boxed{\text{エ}}$の倍数であるから，$\boxed{\text{オ}}$の倍数である。

	ア	エ
1	1	3
2	6	3
3	6	6
4	1か6	6
5	1か6	3

正答：4

1-2 方程式・不等式

本試験出題状況		
国家総合 ★5	地方上級 ★3	
国家一般 ★5	国税・労基 ★5	

基本チェック

〈2次方程式の解の公式〉

□2次方程式$ax^2+bx+c=0$の解は　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

〈判別式〉

□2次方程式$ax^2+bx+c=0$において，

判別式$D=b^2-4ac$が，

$D>0$のときは　異なる2つの実数解を持つ

$D=0$のときは　重解を持つ

$D<0$のときは　異なる2つの虚数解を持つ

〈解と係数の関係〉

□2次方程式$ax^2+bx+c=0$の解をα，βとおくと　$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$，$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

学習ポイント

1　1次方程式

□ A　$ax-b=0$の解は，$x=\frac{b}{a}$

□ B　連立1次方程式

$$\begin{cases} ax+by=e & \cdots\cdots① \\ cx+dy=f & \cdots\cdots② \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} y=-\frac{a}{b}x+\frac{e}{b} & \cdots\cdots③ \\ y=-\frac{c}{d}x+\frac{f}{d} & \cdots\cdots④ \end{matrix}$$

は，$\frac{a}{b}\neq\frac{c}{d}$のときに，ただ1つの解を持ち，解の値は直線③，④の交点である。

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，$\frac{e}{b}\neq\frac{f}{d}$のとき①，②は解を持たない（直線③，④が平行）。

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，$\frac{e}{b}=\frac{f}{d}$のとき①，②の解は1つに決められない（直線③，④が重なる）。

2　2次方程式の解の公式

□ A　2次方程式$ax^2+bx+c=0$の解は，$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

3　2次方程式の解の判別

□ A　2次方程式$ax^2+bx+c=0$において，
判別式$D=b^2-4ac$が，
$D>0$のとき　**異なる2つの実数解**
$D=0$のとき　**重解**
$D<0$のとき　**異なる2つの虚数解**

4　解と係数の関係

□ B　2次方程式$ax^2+bx+c=0$の解をα，βとおくと，2次方程式$ax^2+bx+c=0$は，

$$a(x-\alpha)(x-\beta)=0$$

と因数分解できる。これを展開すると，

$$ax^2-a(\alpha+\beta)x+a\alpha\beta=0$$

となる。$ax^2+bx+c=0$と係数を比較すると，

xの係数：$-a(\alpha+\beta)=b \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}}$

定数項：$a\alpha\beta=c \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha\beta=\dfrac{c}{a}}$

□ C　同様に，3次方程式$ax^3+bx^2+cx+d=0$の解をα，β，γとおけば，3次方程式の解と係数の関係，

$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$$

が得られる。

5　2次不等式$ax^2+bx+c<0$，$ax^2+bx+c>0$の解法

□ B　2次方程式$ax^2+bx+c=0$とおいて，因数分解をして解を求める（α，β，$\alpha<\beta$とおく）。

$(x-\alpha)(x-\beta)>0$の解は，$x<\alpha$，$\beta<x$

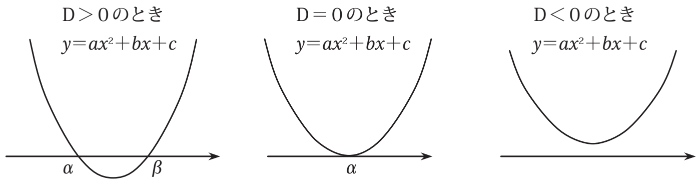
$(x-\alpha)(x-\beta)<0$の解は，$\alpha<x<\beta$

6　絶対値

□ A　$|x|$にはxと$-x$のどちらかの可能性がある。つまり絶対値がついてるときには，絶対値の中が正か負かで場合分けをする必要がある。

7　2次方程式，2次不等式と2次関数のグラフ

□ A　方程式 $f(x)=0$ の解は，関数 $y=f(x)$ と $y=0$ のグラフの交点の x 座標を示している。特に2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解と2次関数 $y=ax^2+bx+c$ の関係は $a>0$ のとき次のようになる。



x 軸と２点で交わる。	x 軸と１点で接する。	x 軸と共有点を持たない。
⇕	⇕	⇕
異なる実数解 α，β を持つ。	重解 $\alpha=\beta$ を持つ。	共役な虚数解を持つ。

苦手科目克服レベル

2次不等式 $x^2-1\leqq|x-1|$ の解として，正しいのは次のうちどれか。

1　$-2<x<1$
2　$-2\leqq x<1$
3　$-2\leqq x\leqq 1$
4　$x\leqq -2$
5　$x=1$

正答：3

通常合格レベル

2次方程式 $x^2+x-8=0$の解をs，tとするとき，s^3+t^3の値として，正しいのは次のうちどれか。

1　−25
2　−15
3　0
4　15
5　25

正答：1

高得点合格レベル

aを定数とする連立方程式

$x+(a-2)y=1$

$(a-1)x+2y=2$

について，以下の空欄ア，イに入るaの値として，正しいのはどれか。

$a=$ $\boxed{\text{ア}}$ のとき上の連立方程式に解はない。
$a=$ $\boxed{\text{イ}}$ のとき上の連立方程式の解は1つに決まらない。

	ア	イ
1	0	1
2	0	3
3	1	3
4	3	0
5	3	1

正答：2

MEMO

1-3 関数とグラフ

本試験出題状況		
国家総合	★5	
国家一般	★1	
地方上級	★4	
国税・労基	★0	

基本チェック

〈グラフの平行移動〉	
□$y=ax^2$のグラフをx軸方向にp，y軸方向にq平行移動させた関数は	$y=a(x-p)^2+q$
□$y=a(x-p)^2+q$の頂点と軸は	頂点（p，q）　軸$x=p$
〈平方完成〉	
□$y=ax^2+bx+c$を平方完成させよ	$y=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-a\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2+c$

学習ポイント

1　一次関数

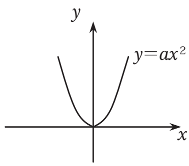
□ A
$$\begin{cases} y=ax+b & \cdots\cdots① \\ y=cx+d & \cdots\cdots② \end{cases}$$
において，

$a=c$ならば，①と②は**平行**である。

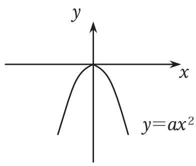
$a\times c=-1 \Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{c}$ならば，①と②は**垂直に交わる**。

2　二次関数

□ A **$y=ax^2$のグラフ**



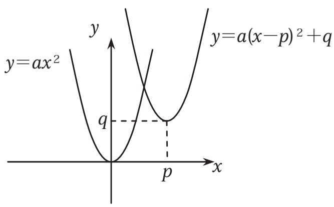
$a>0$のとき



$a<0$のとき

$y=a(x-p)^2+q$のグラフ

2次関数$y=a(x-p)^2+q$のグラフは，$y=ax^2$のグラフを**x軸方向にp，y軸方向にqだけ平行移動**したものである。なお，座標$(p,\ q)$を$y=a(x-p)^2+q$の頂点という。



$a>0$のとき

□ A 平方完成

$y=ax^2+bx+c$において，

$$y=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$$

$$=a\left\{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-a\left(\frac{b}{2a}\right)^2+c$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

このように**平方完成**をすることにより，$\boldsymbol{y=a(x-p)^2+q}$の形に変形することができる。

このとき，頂点の座標は$\left(-\frac{b}{2a},\ -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$で，軸は$x=-\frac{b}{2a}$である。

（例1）$y=2x^2+4x+1$の頂点の座標を求めよ。

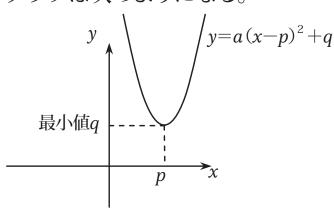
$$y=2x^2+4x+1$$
$$=2(x^2+2x)+1$$
$$=2\{(x+1)^2-1\}+1$$
$$=2(x+1)^2-2+1$$
$$=2(x+1)^2-1$$

∴　頂点の座標は（−1，−1）である。

□ A 2次関数と最大・最小

$y=a(x-p)^2+q$がすべてのxで成り立っているとする。

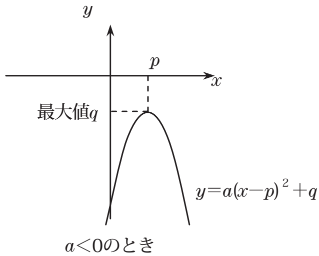
$a>0$のとき，グラフは次のようになる。



$a>0$のとき

グラフより，yは$x=p$のとき最小値qをとることがわかる。

同様に$a<0$のとき，グラフは次のようになる。



グラフより，yは$x=p$のとき最大値qをとることがわかる。
ただし，前頁の例において，xの範囲はなかったが，xの範囲には十分気をつけなければならない。

□ A　**交点の個数と解の個数の関係**

関数$y=f(x)$と$y=g(x)$のグラフの交点の個数は，方程式$f(x)=g(x)$ ⇔$f(x)-g(x)=0$の実数解の個数と同じである。

（例1） 放物線$y=x^2-4x+3$と直線$y=2x-6$の交点の個数はいくつか。

$y=x^2-4x+3$　……①

$y=2x-6$　……②

①を②に代入して，

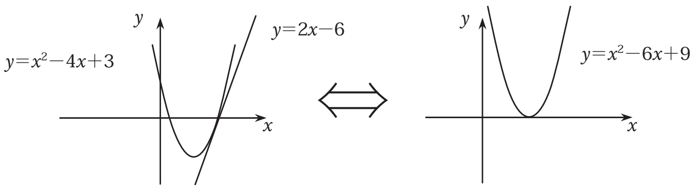
$x^2-4x+3=2x-6$

$x^2-6x+9=0$　……③

判別式は，

$D=36-36=0$

よって，③の実数解の個数は1個なので，①と②の交点は1個である。



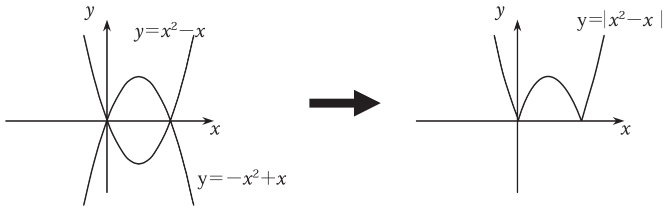
3　特殊な関数のグラフ

□ C　**絶対値のついた関数のグラフ**

絶対値の中の正負で場合分けをした関数の両方のグラフを書き，関数の値が0以上のところをとる。

（例1）$y=|x^2-x|$ のグラフ

$\begin{cases} y=x^2-x \\ y=-x^2+x \end{cases}$ のグラフを書き，0以上のところをとる。



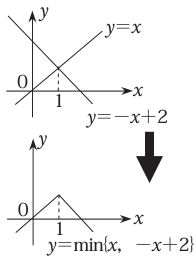
max{$f(x)$, $g(x)$}，min{$f(x)$, $g(x)$}のグラフ

max{$f(x)$, $g(x)$}は，$f(x)$，$g(x)$ のうち小さくないほうの数を，

min{$f(x)$, $g(x)$}は，$f(x)$，$g(x)$ のうち大きくないほうの数を表す。

（例2）$y=\min\{x, -x+2\}$のグラフ

$\begin{cases} y=x \\ y=-x+2 \end{cases}$ のグラフを書く。



$x<1$では$x<-x+2$なので，$y=x$を書く。

$x=1$では$x=-x+2$なので，交点を書く。

$x>1$では$x>-x+2$なので，$y=-x+2$を書く。

［　］（ガウス記号）のついた関数のグラフ

実数aに対して［a］は，aを超えない最大の整数を表している。

（例1）a＝1.5のとき，［a］＝1

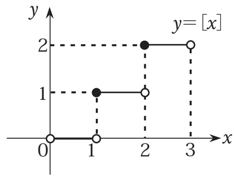
a＝$\sqrt{2}$≒1.4のとき，［a］＝1

（例2）$y=[x]$（$0<x<3$）のグラフ

$0<x<1$のとき$[x]=0$，よって$y=0$

$1\leqq x<2$のとき$[x]=1$，よって$y=1$

$2\leqq x<3$のとき$[x]=2$，よって$y=2$



苦手科目克服レベル

2次関数$y=2x^2-4x+7$（$0\leqq x\leqq 2$）の最大値，最小値と同じ値を解に持つような2次方程式として，正しいのはどれか。

1　$x^2+10x-3=0$

2　$x^2-14x+27=0$

3　$x^2+8x-10=0$

4　$x^2-12x+35=0$

5　$x^2+11x-24=0$

正答：4

通常合格レベル

ある商品をx個生産するのに（$100x+1000$）円かかる。この商品を定価y円で販売すると，（$1000-y$）個売れるという。利益を最大にするとき，定価をいくらにすればよいか。

1　500円

2　530円

3　550円

4　580円

5　600円

正答：3

高得点合格レベル

$x>0$で定義された2つの関数$f(x)=[x]$，$g(x)=x^2-6x$において，$f(g(x))=2$を満たすとき，xの範囲を求めよ。ただし，$[x]$はxを超えない最大の整数を表す。

1　$x\leqq 3+2\sqrt{3}$

2　$x\geqq 3+\sqrt{11}$

3　$3+\sqrt{11}\leqq x<3+2\sqrt{3}$

4　$3+\sqrt{11}<x\leqq 3+2\sqrt{3}$

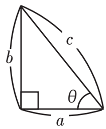
5　$3+\sqrt{11}\leqq x\leqq 3+2\sqrt{3}$

正答：3

2-1 図形

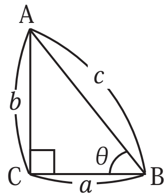
本試験出題状況		
国家総合	5	
国家一般	5	
地方上級	3	
国税・労基	5	

基本チェック

〈三平方の定理〉	
□図のような直角三角形においてcの長さを求めよ 	$c=\sqrt{a^2+b^2}$
〈三角比〉	
□上の直角三角形において$\angle\theta$の正弦（$\sin\theta$）と余弦（$\cos\theta$）を求めよ	$\sin\theta=\dfrac{b}{c}$，$\cos\theta=\dfrac{a}{c}$
〈面積〉	
□三角形の面積の公式はどうなるか	底辺×高さ×$\dfrac{1}{2}$
□正三角形の面積の公式はどうなるか	$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$×(一辺の長さ)^2
□円の面積の公式はどうなるか	(半径)$^2\times\pi$
□扇形の面積の公式はどうなるか	(半径)$^2\times\pi\times\dfrac{\text{中心角}}{360°}$
□球の表面積の公式はどうなるか	$4\pi\times$(半径)^2
〈体積〉	
□柱体（円柱，三角柱，直方体など）の体積の公式はどうなるか	底面積×高さ
□すい体（円すい，三角すい，四角すいなど）の体積の公式はどうなるか	底面積×高さ×$\dfrac{1}{3}$

学習ポイント

1　三角形



□ A　**三平方の定理**

図のような直角三角形ABCにおいて，

$c^2=a^2+b^2$

が成り立つ。

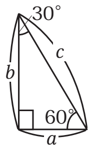
□ A　**三角比**

上の直角三角形ABCにおいて，

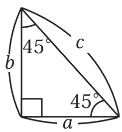
$\sin B=\dfrac{b}{c}$，$\cos B=\dfrac{a}{c}$，$\tan B=\dfrac{b}{a}$

と定義する。

□ A　**特別な直角三角形の辺の長さの比**



$a:b:c=1:\sqrt{3}:2$



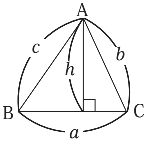
$a:b:c=1:1:\sqrt{2}$

□ A　**特別な三角比の値**

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0

□ A 三角形の面積

三角形ABCにおいて，高さをh，面積をSとして，



$$S=\frac{1}{2}ah$$

三角比を用いると，

$$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$$

となる。

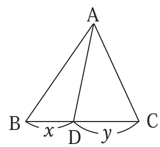
□ B 三角形の面積の比

三角形ABCにおいて，BD：DC＝x：yのとき，

△ABDと△ADCの面積の比は，

△ABD：△ADC＝x：y

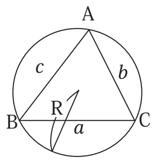
となる。



□ B 正弦定理

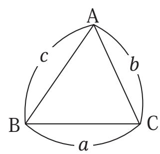
△ABCの外接円の半径をRとしたとき，

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$



□ B 余弦定理

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$
$$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$

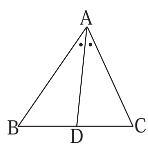


90°に対して余弦定理を使えば，三平方の定理になる。

□ B △ABCの∠Aの二等分線とBCの交点をDとすると，

AB：AC＝BD：DC

となる。



□ A 相似比

△ABC∽△DEFで，AB＝a，DE＝bのとき，

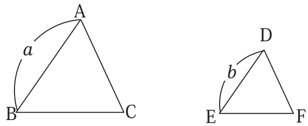
相似比は△ABC：△DEF＝a：bとなり，

$BC : EF = AC : DF = a : b$

である。また面積比は，

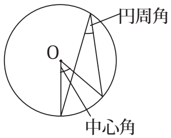
$\triangle ABC : \triangle DEF = a^2 : b^2$

である。



2　円の性質

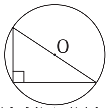
□ A 円周角の定理



円周角は中心角の半分

特に中心角を

180° にすると



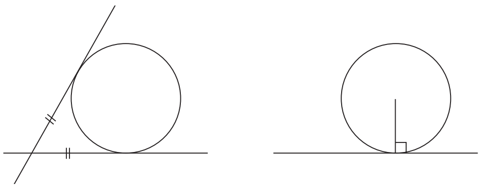
直径を斜辺（最も長い辺）と

する直角三角形ができる。

□ A 円と接線の関係

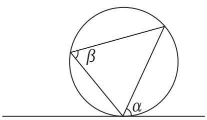
ある1点から引ける2つの円の接線において交点から接点までの長さは等しい。

接線と，接点と円の中心を結ぶ線分のなす角は90° である。



□ A 接弦定理

接線と弦のなす角はその角内の弧に対する円周角に等しい。

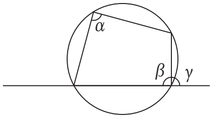


$\alpha = \beta$

□ A 円に内接する四角形

内接四角形の対角の和は180° である。

内接四角形の外角はその内角の対角に等しい。



$\alpha + \beta = 180^\circ$

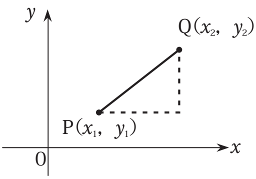
$\alpha = \gamma$

3　図形と式

□ A 座標上の2点間の距離

2点P$(x_1,\ y_1)$，Q$(x_2,\ y_2)$の距離は，

$$PQ=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$



□ C 点と直線の距離の公式

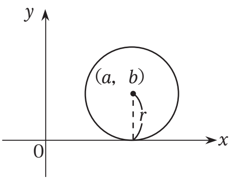
点P（x_1，y_1）と直線$ax+by+c=0$の距離lは，

$$l=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

□ A 円の方程式

（a，b）を中心とし，半径がrの円の方程式は，

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$



苦手科目克服レベル

2点A（−4，0），B（2，0）からの距離の比が2：1であるような点Pは，どのような軌跡を描くか。

1　中心(4，0)，半径4の円
2　中心(0，4)，半径4の円
3　中心(1，2)，半径3の円
4　中心(2，3)，半径1の円
5　中心(3，2)，半径2の円

正答：1

通常合格レベル

半径1の円に正三角形が内接していて，その正三角形に長方形が内接している。長方形の面積をSとするとき，Sの最大値として，正しいのはどれか。

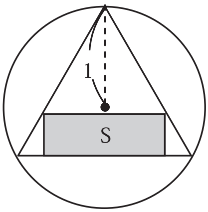
1　$\frac{2\sqrt{3}}{4}$

2　$\frac{3\sqrt{2}}{4}$

3　$\frac{3\sqrt{3}}{4}$

4　$\frac{3\sqrt{3}}{8}$

5　$\frac{5\sqrt{3}}{8}$



正答：4

高得点合格レベル

3点A（1，0），B（15，0），C（6，12）を頂点とする三角形ABCの内接円の中心の座標と半径の組合せとして，妥当なのはどれか。

	中心	半径
1	（7，4）	4
2	（7，4）	5
3	（4，4）	4
4	（4，7）	5
5	（4，7）	4

正答：1

MEMO

2-2 場合の数・確率

本試験出題状況			
国家総合	★5	地方上級	★2
国家一般	★0	国税・労基	★0

基本チェック

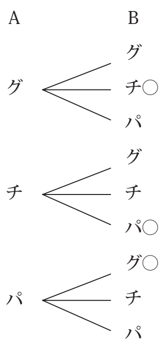
〈順列〉	
□異なる7枚のカードから4枚を並べる場合の数はいくらか	${}_7P_4=7\times6\times5\times4$ $=840$（通り）
〈階乗〉	
□6人の人を並べるとき，並べ方は何通りあるか	$6!=6\times5\times4\times3\times2\times1$ $=720$（通り）
〈円順列・数珠順列〉	
□5人で円卓を囲む場合の並び方は何通りあるか	$(5-1)!=24$（通り）
□色の違う5個のビーズでブレスレットを作るとき何通りのブレスレットができるか	$\dfrac{(5-1)!}{2}=12$（通り）
〈同じものを含む順列〉	
□5つのアルファベットABCCCを並べかえるとき何通りの並び方があるか	$\dfrac{5!}{1!1!3!}=20$（通り）
〈組合せ〉	
□8色の色から5色を選ぶ組合せは何通りか	${}_8C_5=\dfrac{8\times7\times6\times5\times4}{5\times4\times3\times2\times1}$ $=56$（通り）
〈確率〉	
□1つのサイコロを3回振って少なくとも1回は6の目が出る確率はいくらか	$1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^3=\dfrac{91}{216}$

学習ポイント

1　場合の数

□ A　場合の数の基本は数え上げである。数え上げるときは，数え漏れや重複などがないように注意しなければならないが，**樹形図**を使うとうまくいくことが多い。

(例1) AとBがじゃんけんをするとき，Aが勝つ場合の数を数え上げる。Aはグー，チョキ，パーの3通りの手の出し方があり，Bも同様に3通りの手の出し方があるので，樹形図は右のようになる。よって，Aが勝つ場合は3通りである。



2　順列

□ A　異なるn個からr個とって並べる場合の数${}_nP_r$を求めるには，順列の公式を使う。

$${}_nP_r = \underbrace{n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots}_{r\text{個}}\text{（通り）}$$

(例1) 異なる5個のものから3個とって並べる場合の数は，${}_5P_3$であり，

${}_5P_3 = 5\times4\times3 = 60$（通り）

である。

3　階乗

□ A　異なるn個からn個とって並べるときは，n個すべてを並べることに他ならない。このときは階乗の公式を使う。

$$n! = n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times1\text{（通り）}$$

（例1）5個の異なるものを並べる場合の数は，

$5!=5\times4\times3\times2\times1=120$（通り）

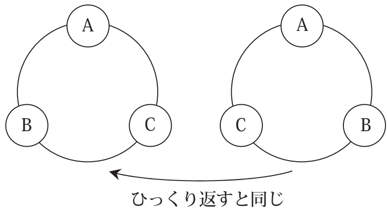
である。

4　円順列・数珠順列

□ A 人やものを円形に並べる場合は**円順列**となる。円順列の典型的な問題には，円卓に人が座る問題などがある。n人またはn個を並べる円順列は，**$(n-1)!$通り**で表される。

（例1）3人を円卓に並ばせる場合の数は，$(3-1)!=2$（通り）となり，図にすると下の2通りである。

□ B **数珠順列**は，円順列で裏返すと同じものは1通りと数える。よって，3人を円卓に並ばせる数珠順列を考えると，図の2通りは同じものになるので，結局，1通りである。



数珠順列は円順列の半分であり，その公式は，

$$\frac{(n-1)!}{2}\text{(通り)}$$

である。

5　同じものを含む順列

□ A n個の中にそれぞれp個，q個，r個……の同じものを含む順列は，

$$\frac{n!}{p!q!r!\cdots}\ \text{（ただし、}p+q+r+\cdots=n\text{）（通り）}$$

となる。

同じものを含む順列の問題にアルファベットの並べかえがある。

（例1）ABBCCCを並べかえるとき，何通りの並べ方があるか。

全体ではアルファベット6個で，同じものはBが2個とCが3個あるので，上の公式から，$\dfrac{6!}{1!2!3!}=60$（通り）となる。

6　組合せ

□ A 異なるn個からr個取る組合せは，

$$ {}_nC_r=\frac{\overbrace{n\times(n-1)\times\cdots}^{r個}}{\underbrace{r\times(r-1)\times\cdots\times 1}_{r個}}\ (通り)$$

で表される。

（例1）異なる5個から3個取る組合せは，${}_5C_3=\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$（通り）となる。順列の場合は取り出して並べるが，組合せは取り出すだけで並べかえは考えない。

7　和・積の法則

□ A **和の法則**

事象A，Bが同時には起こらないとき，A，Bのどちらかが起こる場合の数は，

　Aの場合の数＋Bの場合の数

となる。

□ A **積の法則**

事象Aの起こるそれぞれの場合について，事象Bが起こるとき，事象A，Bが同時に起こる場合の数は，

　Aの場合の数×Bの場合の数

となる。これらは3つ以上の事象についても成立する。

8　余事象の場合の数

□ A 事象Aが起こらない事象を，**Aの余事象**といい，

　事象Aの場合の数＋余事象の場合の数＝すべての場合の数

の関係があるので，事象Aの場合の数を考えるとき，余事象の場合の数のほうが簡単に求めることができるのならば，

　事象Aの場合の数＝すべての場合の数－余事象の場合の数

として使う。

数学 2日目

9　確率

□ A　確率の定義は，

$$\text{事象Aが起こる確率} = \frac{\text{事象Aが起こる場合の数}}{\text{すべての場合の数}}$$

である。

（例1）100本のくじの中に2本の当たりくじが入っている。このくじを2本引いたとき，2本とも当たりである確率はいくらか。

この問題は「1本ずつ2回引いた」と解釈することも「2本を1回で引いた」と解釈することもできるので両方考えてみる。

⑴1本ずつ2回引いたとき

このとき，1回目に当たりである確率は$\frac{2}{100}$であり，2回目に当たりである確率は$\frac{1}{99}$である。よって，求める確率は$\frac{2}{100} \times \frac{1}{99} = \frac{1}{4950}$となる。

⑵２本を１回で引いたとき

100本のくじから2本選ぶときの場合の数は，${}_{100}C_2 = \frac{100 \times 99}{2 \times 1} = 4950$（通り）であり，2本とも当たりである場合の数は，${}_2C_2 = 1$（通り）であるので，求めるのは確率の定義から$\frac{1}{4950}$となる。

⑴，⑵どちらで考えても同じ答えに至り，どちらの解法も正しいが，答えまでの道すじは異なる。

10　余事象の確率

□ A　事象Aとその余事象の確率には，

事象Aの確率＋余事象の確率＝1

の関係があるので，事象Aの確率を求めるとき，余事象の確率を考えた方が簡単ならば，

事象Aの確率＝1－余事象の確率

を使う。

11　加法定理

□ B 事象Aまたは事象Bが起こる確率P(A∪B)は,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

として求める。P(A)は事象Aが起こる確率，P(B)は事象Bが起こる確率，P(A∩B)は事象AとBの両方が起こる確率である。

事象Aと事象Bの一方が起これぱもう一方は起こらないとき，AとBは互いに**排反事象**であるといい，このとき，P(A∩B)＝0であるので，

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

となる。

12　独立試行

□ B ある試行で事象Aが起こる確率をpとする。この試行をn回繰り返すときに事象Aがr回起こる確率$P_r(A)$は,

$$P_r(A) = {}_nC_r \times p^r \times (1-p)^{n-r}$$

と表せる。

13　条件つき確率

□ C 事象Aが起こったときの事象Bが起こる確率を$P_A(B)$で表し，これを事象Bの条件つき確率という。このとき，事象AとBがともに起こる確率P(A∩B)は,

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

となる。

事象AとBが独立であるときは，$P_A(B)$＝P(B)が成り立つので上の式は,

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

となる。

14　期待値

□ C ある変数Xがx_1，x_2，x_3，x_4，x_5のうちどれか1つの値をとり，それぞれの値をとる確率をp_1，p_2，p_3，p_4，p_5とする。このとき，$p_1+p_2+p_3+p_4+p_5=1$が成り立ち，Xの期待値Eは,

$$E = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + x_4p_4 + x_5p_5$$

となる。

次のような表を書いて整理してから計算するとよい。

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
確率	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5

期待値Eの計算は変数Xのとる値がいくつであっても同様に計算できる。

15　二項定理

□ A　$(a+b)^n$の展開に関して，次の二項定理がある。

$$(a+b)^n=a^n+{}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b+{}_n\mathrm{C}_2a^{n-2}b^2+\cdots\cdots+{}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r+\cdots\cdots b^n$$
$$=\sum_{r=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r$$

苦手科目克服レベル

白球5個，赤球2個，黒球1個がある。この8個の球全部を左から1列に並べるとき，両端の色が異なるような並べ方は，それぞれ何通りあるか。ただし，同じ色の球は区別しないものとする。

1　102通り

2　108通り

3　114通り

4　120通り

5　124通り

正答：1

通常合格レベル

1，2，……，10の10枚のカードから3枚を選び，それらのカードを一列に並べるとき，2枚目が偶数で，3枚目が3の倍数である確率を求めよ。

1　$\frac{7}{42}$

2　$\frac{13}{42}$

3　$\frac{7}{45}$

4　$\frac{11}{45}$

5　$\frac{9}{55}$

正答：3

高得点合格レベル

整数aは，1から9999までのすべての値をとる。そのなかの一ケタ，二ケタ，三ケタの数はそれぞれその前に000，00，0を付けて四ケタの数とみなす。このaの一の位と千の位，百の位と十の位を入れ替えた数をa'とすると，整数（$a-a'$）がとりうる値は何通りあるか。

1　99通り
2　171通り
3　180通り
4　189通り
5　361通り

正答：5

2-3 微分・積分

本試験出題状況

	0–5
国家総合	2
国家一般	0
地方上級	2
国税・労基	0

基本チェック

〈導関数を求める公式〉	
□ $f(x)=x^n$の導関数は	$f'(x)=nx^{n-1}$
〈不定積分・定積分〉	
□x^nの不定積分は	$\int x^n dx=\frac{1}{\mathrm{n}+1}x^{n+1}+\mathrm{C}$
□$F'(x)=f(x)$のとき，$f(x)(a\leqq x\leqq b)$の定積分は	$\int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}} f(x)dx=[F(x)]_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}}=F(b)-F(a)$

学習ポイント

1 微分の定義

□ C 関数$f(x)$の導関数$f'(x)$を,

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

と定義する。

□ A $f(x)$が整式のとき，$f(x)=x^n$の導関数$f'(x)$は,

$$f'(x)=nx^{n-1}$$

である。

また，$f(x)=k$（kは定数）の導関数は，$f'(x)=0$である。

$kf(x)=$の微分

$$(kf(x))'=kf'(x)$$

和の微分

$$(f(x)+g(x))'=f'(x)+g'(x)$$

（例1）$f(x)=3x^3+x^2+2x+2$を微分せよ。

$f'(x)=(3x^3)'+(x^2)'+(2x)'+(2)'$ ←和の微分

$=3(x^3)'+(x^2)'+2(x)'+(2)'$ ←$(k\,f(x))'=kf'(x)$

$=3(3x^{3-1})+(2x^{2-1})+2(x^{1-1})+0$ ←nx^{n-1}, $(k)'=0$

$=9x^2+2x+2$ （※$x^0=1$）

2 接線の傾き

□ B 関数$f(x)$において，$f'(a)$とは$x=a$における**接線の傾き**を表す。

$y=f(x)$において点$(a,\ f(a))$の接線の方程式は,

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

（例1）$f(x)=x^3+2x^2$の$(-2,\ 0)$における接線の方程式を求めよ。

$f'(x)=3x^2+4x$

$f'(-2)=12-8=4$

接線の方程式は,

$y-f(-2)=f'(-2)\{x-(-2)\}$

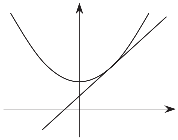
数学 2日目

$y-0=4(x+2)$

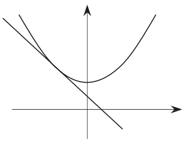
$y=4x+8$

3　関数の増減

□ C　$f'(x)>0$のとき，すなわち接線の傾きが正のとき，
$f(x)$は単調に増加している。



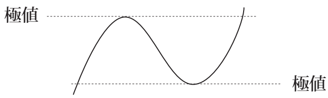
$f'(x)<0$のとき，すなわち接線の傾きが負のとき，
$f(x)$は単調に減少している。



4　グラフの書き方

□ B　**極値**

$f'(x)$の符号の変わり目，$f'(x)=0$となる点を極値という。



$f'(x)$の符号の変化を調べて，グラフの概形を書く。

（例1）$f(x)=-x^3+3x$のグラフを書け。

「極値では$f'(x)=0$となるので，$f'(x)=0$となるxをさがす」

$f'(x)=-3x^2+3$

$f'(x)=0$となるのは，

$f'(x)=-3x^2+3=0$

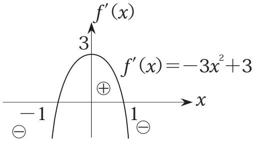
$x^2-1=0$

$(x-1)(x+1)=0$

よって，$x=-1$，1のとき$f(x)$は極値を持つ。

「極値の直前，直後での$f'(x)$の正負を調べる」

$f'(x)=-3x^2+3$のグラフは次のようになる。



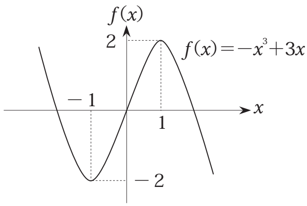
グラフより，$f'(x)$は$x<-1$，$1<x$で常に負，つまり$f(x)$は単調減少。

$-1<x<1$で常に正，つまり$f(x)$は単調増加。

増減表は次のようになる。

x	…	-1	…	1	…
$f'(x)$	−	0	＋	0	−
$f(x)$	↘	-2	↗	2	↘

表より$f(x)$のグラフは，



5　不定積分

□ A 積分の計算は，微分の逆演算と覚えておけばよい。しかし，それでは定数項の部分がわからないので，定数項の部分はCとおく。

(例1) $\int(x^3+x)dx=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$　←微分をすれば元の関数になる。

6　定積分

□ A 不定積分のxに範囲を与えることによって，その範囲内での積分値を求めることができる。

$F'(x)=f(x)$のとき，

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=[F(x)]_a^b$$
$$=F(b)-F(a)$$

（例1）$\int_0^1 (x^3+x)dx$を求めよ。

$$\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2\right]_0^1$$
$$=\left(\frac{1}{4}\times1^4+\frac{1}{2}\times1^2\right)-\left(\frac{1}{4}\times0+\frac{1}{2}\times0\right)$$
$$=\frac{3}{4}$$

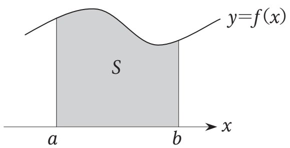
□ A　**定積分の性質**

$$\int_a^a f(x)dx=0$$
$$\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$$
$$\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$$

7　面積

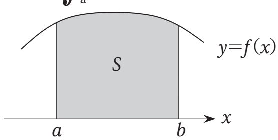
□ A　定積分$\int_a^b |f(x)|dx$は

$a\leqq x\leqq b$において，$f(x)$とx軸で囲まれる面積Sを表している。



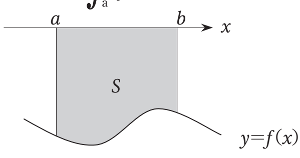
□ A　**①常に$f(x)\geqq0$**

$$S=\int_a^b f(x)dx$$

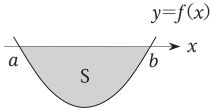


□ A　**②常に$f(x)\leqq0$**

$$S=-\int_a^b f(x)dx$$



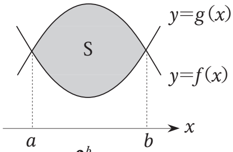
□ A ③x軸と$f(x)$で囲まれた面積



$$S=-\int_a^b f(x)dx$$

a，bは，方程式$f(x)=0$の解である。

□ B ④2つの関数で囲まれた面積



$$S=\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx$$

a，bは，方程式$f(x)-g(x)=0$の解である。

③や④の方程式が2次方程式$Ax^2+Bx+C=0$で表され，その異なる実数解をa，b（$a<b$）とすると，

$$S=\frac{A(b-a)^3}{6}$$

で表される。

苦手科目克服レベル

3次関数$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$は$x=-1$で極小値-4，$x=3$で極大値28をとる。a，b，c，dの値を求めよ。

	a	b	c	d
1	-1	-3	9	-1
2	-1	9	3	1
3	-1	3	9	1
4	1	-3	-9	-1
5	1	-3	-3	-1

正答：3

数学 2日目

通常合格レベル

点（1，2）を通る直線と放物線$y=x^2$で囲まれる面積の最小値を求めよ。

1　$\frac{6-2\sqrt{2}}{3}$

2　$\frac{4}{3}$

3　$\frac{12-4\sqrt{2}}{3}$

4　$\frac{8}{3}$

5　3

正答：2

高得点合格レベル

曲線$y=-x^2+ax+b$は点（1，2）を通るとする。この曲線と曲線$y=\frac{1}{2}x^2$で囲まれた部分の面積Sが最小となるような係数a，bとして，妥当なのはどれか。

1　a=3　b=0

2　a=3　b=1

3　a=2　b=1

4　a=1　b=1

5　a=0　b=2

正答：1

公務員試験 テキスト
10日でわかる！ クイックマスター　自然科学

2012年３月30日　第１版　第１刷発行
編著者●株式会社　東京リーガルマインド
LEC 総合研究所　公務員試験部

発行所●株式会社　東京リーガルマインド
〒164-0001　東京都中野区中野4－11－10
アーバンネット中野ビル
☎03(5913)5011(代　表)
☎03(5913)6336(出版部)
☎048(999)7581(書店様用受注センター)
振　替　00160-8-86652
www.lec-jp.com/

本文フォーマットデザイン●エディポック
印刷・製本●秀英堂紙工印刷株式会社

©*2012 TOKYO LEGAL MIND K.K., Printed in Japan*
ISBN978-4-8449-0490-8
複製・頒布を禁じます。
本書の全部または一部を無断で複製・転載等することは、法律で認められた場合を除き、著作者及び出版者の権利侵害になりますので、その場合はあらかじめ弊社あてに許諾をお求めください。
なお、本書は個人の方々の学習目的で使用していただくために販売するものです。弊社と競合する営利目的での使用等は固くお断りいたしております。
落丁・乱丁本は、送料弊社負担にてお取替えいたします。出版部までご連絡ください。

ISBN978-4-8449-0490-8
C3340 ¥1100E

定価1,155円 本体1,100円 +税5%
KD00490

9784844904908

1923340011002

スキマ時間の学習や直前期の知識確認に最適！

- 基本事項から重要事項までを10日で総点検！
- 職種別出題頻度と重要度の表示により、効率的に学習できる！
- 合格に必須のキーワードや重要ポイントが隠せる
チェックシート付！