警察官･消防官教養マスター
数的処理
無料試聴･無料体験用

LEC東京リーガルマインド

0 001112 101234

KL10123

第１章 判断推理

第１節　論　理

学習のポイント

この節では，論理の問題の解法について学習する。論理の問題とは，条件が命題で与えられているときに，正しく導き出せる選択肢を見つけるという形式の問題である。論理の問題の基本的解法には，命題を論理式で表して解く方法と，ベン図で表して解く方法とがある。

１ 論理式

(1) 命　題

正しい（真）か正しくない（偽）かの判定ができる文章を命題という。

(2) 命題の合成

① 否　定

「$\overline{p}$」は「ｐでない」という命題を表す。また，$\overline{\overline{p}} \equiv p$（「『ｐではない』というわけではない」は「ｐである」と同じ意味である）が成り立つ。

② 「かつ」と「または」

$p \land q$（ｐかつｑ）

「ｐ，ｑの両方が成り立つ」という意味の命題。

$p \lor q$（ｐまたはｑ）

「ｐ，ｑの少なくとも一方が成り立つ」という意味の命題。

③ 論理式

「$p \to q$」は「ｐならばｑである」という命題を表し，論理式という。

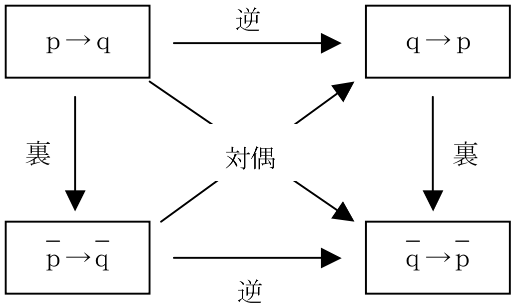
(3) 命題の操作

① 逆・裏・対偶

「$p \to q$」という命題に対して，逆，裏，対偶をつくることができる。

逆：$q \to p$，裏：$\overline{p} \to \overline{q}$，対偶：$\overline{q} \to \overline{p}$

ある命題とその対偶の真偽は一致する。



② 三段論法

「p→q」と「q→r」という命題が成り立つとき，qを媒介として「p→q→r」と１つの式にまとめることができる。このとき，途中の命題（q）を取り去って「p→r」とすることができる。

この性質を利用して，「p→q」「q→r」という２つの命題（前提という）から，結論として「p→r」を導くのが三段論法である。

③ ド・モルガンの法則

「p∧q」や「p∨q」の否定に関しては，以下のような公式がある。

$\overline{p \wedge q} \equiv \bar{p} \vee \bar{q}$

$\overline{p \vee q} \equiv \bar{p} \wedge \bar{q}$

④ 命題の分解

「p→q∧r」と，「p∨q→r」は，それぞれ２つの命題に分解できる。

(a) $p \to q \wedge r \quad \Rightarrow \quad p \to q,\ p \to r$

(b) $p \vee q \to r \quad \Rightarrow \quad p \to r,\ q \to r$

(注)分解できない命題：上記の命題とは異なり，以下の命題は分解できない。

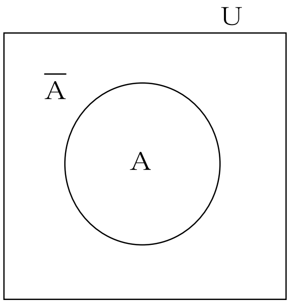
(c) $p \wedge q \to r$

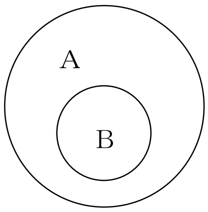
(d) $p \to q \vee r$

2・ベン図

(1) 集　合

一定の条件を満たし，他のものと明確に区別できるものの全体を１つの集合といい，集合に属している個々のものを集合の元（要素）という。また，集合のうち元を１つも持たない集合を空集合という。集合を表すときは下のようなベン図を使うと便利である。

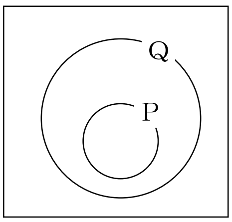




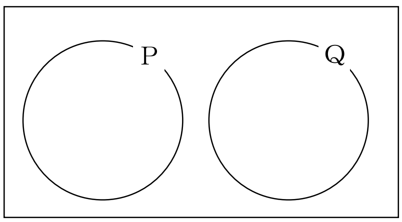
(2) 論理式とベン図

①　論理式は，以下のようなベン図で表すことができる。

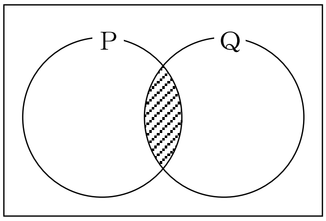
(a)　$P \rightarrow Q$



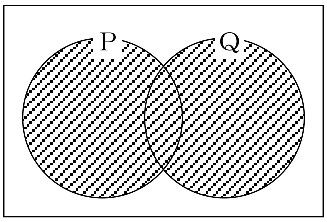
(b)　$P \rightarrow \overline{Q}$



(c)　$P \wedge Q$



(d)　$P \vee Q$



② 存在命題とベン図

「あるＰはＱである」という命題を存在命題という。存在命題は「ＱとなるＰが存在する」と解釈できるので,「ＰかつＱである要素がある」と同様となり,「Ｐ∧Ｑ」のベン図を書けばよい。

③ 注意点

論理の問題は，原則として論理式を使って解くと考えてよい。論理式でもベン図でも解ける場合は，論理式で解くほうが速く解けることがほとんどである。

問題文の中に存在命題が１つでもあれば論理式では解くことができない（存在命題は論理式で表すことができない)。このような場合は，ベン図を使って解くことになる。

このとき，存在命題を条件として使うと，結論は必ず存在命題となる。このことを使うと，選択肢の検討が簡単になる場合がある。

【例題　１】

　ある集団について調査をしたところ次のア～エのことがわかった。ここから確実にいえるのはどれか。

　ア　英語が話せる人は旅行が好きである。

　イ　音楽が好きな人はピアノがひけ，英語も話せる。

　ウ　ピアノがひけない人はパソコンができる。

　エ　旅行が好きな人やパソコンができない人は料理が得意である。

1　英語が話せる人はピアノがひける。

2　旅行が好きではない人はパソコンができる。

3　音楽が好きな人は料理が得意である。

4　パソコンができる人は旅行が好きである。

5　料理が得意でない人はピアノがひけない。

＜解　説＞

各条件を論理式で表すと次のようになる。

ア　英⟶旅

イ　音⟶ピ∧英　　分解すると，

$$\begin{tikzcd} \text{音} \arrow[r] \arrow[d] & \text{ピ} \\ \text{英} & \end{tikzcd}$$

ウ　$\overline{\text{ピ}}$⟶パ　　対偶を作ると，$\overline{\text{パ}}$⟶ピ

エ　旅∨$\overline{\text{パ}}$⟶料　　分解すると，

$$\begin{tikzcd} \text{旅} \arrow[r] & \text{料} \\ & \overline{\text{パ}} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

これらをひとつにまとめると，以下のようになる。

$$\begin{tikzcd} \text{音} \arrow[r] \arrow[d] & \text{ピ} & & \\ \text{英} \arrow[r] & \text{旅} \arrow[r] & \text{料} & \overline{\text{パ}} \arrow[l] \arrow[llu] \end{tikzcd}$$

各選択肢を論理式にすると次のようになる。

1　英⟶ピ

2　$\overline{\text{旅}}$⟶パ　　対偶を作ると　$\overline{\text{パ}}$⟶旅

3　音⟶料

4　パ⟶旅

5　$\overline{\text{料}}$⟶$\overline{\text{ピ}}$　対偶を作ると　ピ⟶料

よって，正解は肢３である。

【例題　２】

ある中学校の生徒について，好きな飲み物を調べたところ，次のＡ～Ｄのことが分かった。

Ａ　ウーロン茶が好きな生徒は，オレンジジュースが好きである。

Ｂ　紅茶が好きな生徒は，ウーロン茶が好きである。

Ｃ　コーヒーが好きでない生徒は，紅茶が好きであり，かつオレンジジュースが好きである。

Ｄ　緑茶が好きな生徒は，コーヒーが好きでない。

以上から判断して，確実にいえるのはどれか。

1　ウーロン茶が好きでない生徒は，緑茶が好きでない。
2　オレンジジュースが好きでない生徒は，コーヒーが好きでない。
3　紅茶が好きな生徒は，オレンジジュースが好きでない。
4　コーヒーが好きでない生徒は，ウーロン茶が好きでない。
5　緑茶が好きな生徒は，紅茶が好きでない。

＜解　説＞

Ａ～Ｄを論理式で表すと次のようになる。

（A）ウーロン茶 → オレンジ

（B）紅茶 → ウーロン茶

（C）$\overline{\text{コーヒー}}$ → 紅茶∧オレンジ

分解すると，

$$
\begin{tikzcd}
\overline{\text{コーヒー}} \arrow[r] \arrow[d] & \text{紅茶} \\
\text{オレンジ} &
\end{tikzcd}
$$

（D）緑茶 → $\overline{\text{コーヒー}}$

これらをまとめると，次のようになる。

$$
\begin{tikzcd}
\text{緑茶} \arrow[r] & \overline{\text{コーヒー}} \arrow[r] \arrow[d] & \text{紅茶} \arrow[d] \\
& \text{オレンジ} & \text{ウーロン茶} \arrow[l]
\end{tikzcd}
$$

さらに，全体の対偶をとると，

$$
\begin{tikzcd}
\overline{\text{緑茶}} & \text{コーヒー} \arrow[l] & \overline{\text{紅茶}} \arrow[l] \\
& \overline{\text{オレンジ}} \arrow[u] \arrow[r] & \overline{\text{ウーロン茶}} \arrow[u]
\end{tikzcd}
$$

となり，三段論法より，$\overline{\text{ウーロン茶}} \rightarrow \overline{\text{緑茶}}$ となる。

よって，正解は肢１である。

【例題　３】

「水があれば，そこには動物がいるか，または植物がある」ということがわかっているとき，「水があれば，そこには文明がある」ということを証明するには，次のうちどれがいえればよいか。

1　動物がおらず，かつ植物がなければ，そこには文明がない。
2　文明がなければ，そこには動物がいないか，または植物がない。
3　動物がおらず，かつ植物もなければ，そこには水がない。
4　文明がなければ，そこには動物がおらず，かつ植物もない。
5　動物がおり，かつ植物があれば，そこには文明がある。

＜解　説＞

前提と結論を論理式で表すと以下のようになる。

前提：　水がある　→　動物がいる∨植物がある

結論：　水がある　→　文明がある

このとき，結論を導くためには，三段論法で，

水がある　→　動物がいる∨植物がある　→　文明がある

となればよい。

したがって，もう１つの前提として，

動物がいる∨植物がある　→　文明がある　……①

がいえればよい。

①の論理式の対偶を作ると，

$\overline{\text{文明がある}} \rightarrow \overline{\text{動物がいる} \vee \text{植物がある}}$

ド・モルガンの法則を用いると

$\overline{\text{文明がある}} \rightarrow \overline{\text{動物がいる}} \wedge \overline{\text{植物がある}}$

となる。

これを文章に直すと，「文明がなければ，動物がおらず，かつ植物もない」である。

よって，正解は肢４である。

【例題　４】

次のことが分かっているとき，論理的に正しくいえるのはどれか。

Ａの友人はすべて，Ｂの友人である。

Ｃの友人の中には，Ａの友人がいる。

Ｄの友人の中には，Ｂの友人がいない。

１　Ａの友人の中には，Ｄの友人がいない。

２　Ｂの友人はすべて，Ａの友人である。

３　Ｂの友人はすべて，Ｃの友人である。

４　Ｃの友人の中には，Ｄの友人がいる。

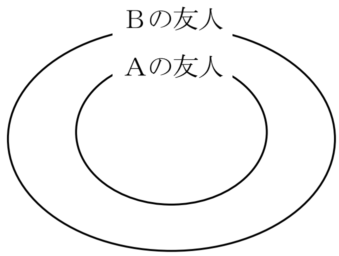
５　Ｃの友人の中には，Ｂの友人がいない。

＜解　説＞

題意に適したベン図を描いてみるとよい。

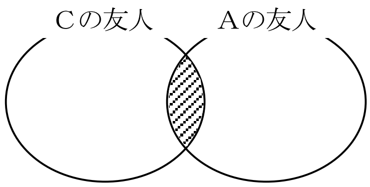
「Ａの友人はすべてＢの友人である」より，

図Ⅰ



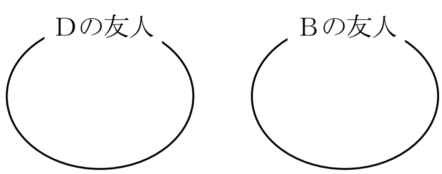
「Ｃの友人の中にはＡの友人がいる」より，

図Ⅱ



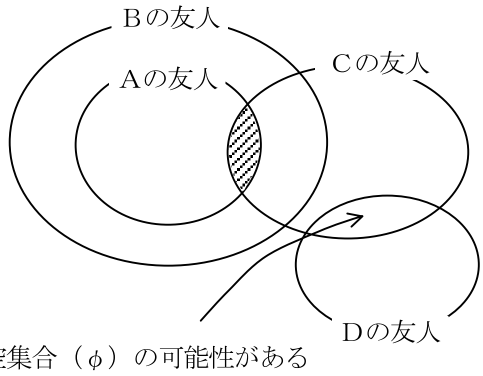
「Ｄの友人の中にはＢの友人がいない」より，

図Ⅲ



さらに，図Ⅰ～図Ⅲをまとめて１つのベン図に表すと，図Ⅳのようになる。

図Ⅳ



ここで図Ⅳをもとに選択肢の検討をすると，確実にいえるのは肢１のみである。肢４については，Ｃの友人とＤの友人の共通部分に入る人がいるかどうかは，条件からは確実にはいえない。

よって，正解は肢１である。

【例題　５】

ある職場で新聞の購読状況について調べたところ，次の①～④が分かった。このとき，ア～エのうち，確実にいえるもののみをすべてあげているのはどれか。

① A紙を購読している人はE紙も購読している。

② A紙を購読している人の中で，D紙も購読している人がいる。

③ B紙を購読している人の中で，C紙も購読している人がいる。

④ B紙を購読している人は，E紙を購読していない。

ア　B紙を購読している人は，A紙を購読していない。

イ　C紙を購読している人の中で，D紙を購読していない人がいる。

ウ　C紙を購読している人の中で，E紙を購読していない人がいる。

エ　E紙を購読している人の中で，C紙を購読していない人がいる。

1　ア，イ

2　ア，イ，エ

3　ア，ウ

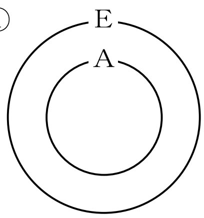
4　イ，ウ，エ

5　ウ，エ

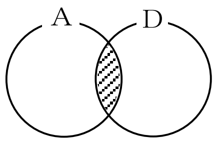
＜解　説＞

①～④の条件をベン図で表すと次のようになる。

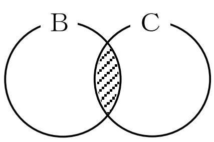
①



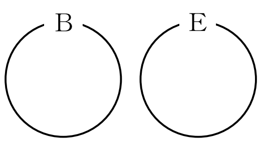
②



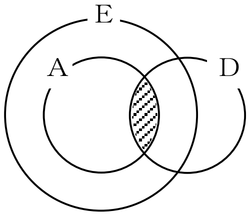
③

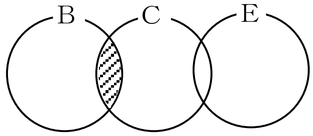


④

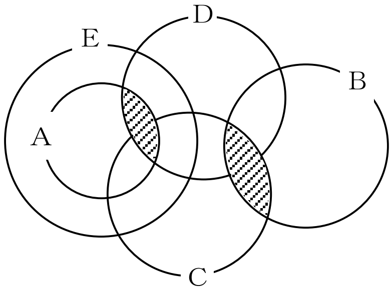


①と②，③と④をそれぞれ合わせると次のようになる。





さらに，これらを１つにまとめると次のようになる。



これより，ア～エの記述を検討する。

ア　○　　条件④よりＢとＥは重ならず，条件①より，ＡはＥより大きくなることはないので，ＢとＡが交わることはない。よって，確実にいえる。

イ　×　　ＣとＤの関係については条件に書かれていないので，上記のベン図のようにＣとＤが重なる可能性もある。よって，確実にはいえない。

ウ　○　　③，④より，ベン図のＢとＣが重なった部分は必ずＥとは重ならない。よって，確実にいえる。

エ　×　　③，④より，Ｃ紙の読者の中にＥ紙を購読していない人がいることは確実だが，ＣとＥの関係は条件に書かれておらず，Ｅ紙を購読している人のすべてがＣ紙を購読している可能性がある。よって，確実にはいえない。

したがって，確実にいえるのは，アとウである。

よって，正解は肢３である。

第２節　真　偽

学習のポイント

この節では，真偽の問題の解法について学習する。真偽の問題とは，条件の中に「うそ」が含まれているものである。真偽の問題の基本的解法は，背理法の利用である。具体的な解法としては，真理表を利用するものと，相反する２人の発言に着目して，各人の発言が矛盾するか否かを考えながら解く方法とがある。

１　解法

(1)　背理法

１つの発言（あるいは対象）を真あるいは偽と仮定して，他の発言の真偽を判断する。それが問題文の条件に合致しないときは，はじめの仮定は誤りといえる。また，矛盾することなく題意を満たせば，その仮定は正しいといえる。

(2)　真理表

(1)の方法で考える場合，真理表を作る方法がある。発言者の欄と問題が求めるもの（犯人，当選者など）の欄からなる表を作り，問題が求めるものが正しいという仮定のもとに，各人の発言が真ならば○，偽ならば×を書き入れる。このとき，問題文の条件に合うものが正解である。

たとえば，Ａ～Ｅ５人の発言についての真理表は，下の表のようになる。３が正しいと仮定したとき，Ｂが本当のことを言っていることになるのならば，表のように○を記入し，５が正しいと仮定したとき，Ｄがウソを言っていることになるならば，表のように×を記入する。

	1	2	3	4	5
A					
B			○		
C					
D					×
E					

2 注意点

真偽の判断基準

(1) ２つの発言の内容が同じ場合

２つの発言の真偽は一致する。つまり，２つとも真か２つとも偽である。

(2) ２つの発言の内容が矛盾する場合

２つの発言の真偽は異なる。つまり，どちらか一方の発言が真，他方の発言は偽である。

（例） Ａ：「私の職業は医者である」
　　　Ｂ：「Ａの職業は医者でない」

(3) (1)，(2) 以外の場合，どちらか一方が正直者，他方がうそつきという場合と，両方ともうそつきの場合がある。

（例） Ａ：「私の職業は医者である」
　　　Ｂ：「Ａの職業は教師である」

【例題　１】

Ａ～Ｅの５人について，携帯電話の所持を調べたところ，２人は携帯電話を持っており，３人は持っていないことがわかった。５人は，携帯電話の所持について，それぞれ次のように発言している。

Ａ　「私は持っています」

Ｂ　「Ｅは持っていません」

Ｃ　「私もＢも持っています」

Ｄ　「Ｃは持っています」

Ｅ　「ＡとＤも持っています」

このとき，携帯電話を持っている２人の発言は本当のことであり，持っていない３人の発言にはそれぞれうそが必ず含まれているとすると，携帯電話を持っている者の組合せとして，妥当なのはどれか。

１　Ａ，Ｂ

２　Ａ，Ｅ

３　Ｂ，Ｃ

４　Ｃ，Ｄ

５　Ｄ，Ｅ

＜解　説＞

発言の真偽の問題は，誰か（何か）を仮定して，条件との矛盾を調べていけばよい。本問では，携帯電話を持っている者の組合せが問われているので，携帯電話を持っている者の組合せを仮定していく。Ａ～Ｅの５人から２人を選ぶ組合せは全部で10通りあるので，選択肢を利用して，組合せの数を減らしていく。表の縦に，仮定するもの（携帯電話の所有者），横に，発言者を記入し，Ａ，Ｂが携帯電話を持っていると仮定した場合のＡからＥの発言者の真偽を確かめていく。この場合，発言が本当の場合には○，うその場合には×を付ける。以下同様に，携帯電話の所有者がＡ，Ｅの場合，Ｂ，Ｃの場合，Ｃ，Ｄの場合，Ｄ，Ｅの場合について，発言内容の真偽を確認すると，次の表のようになる。

		発　言　者					「本当」のことを発言している者の数
		A	B	C	D	E	
携帯電話所有者	A，B	○	○	×	×	×	2
	A，E	○	×	×	×	×	1
	B，C	×	○	○	○	×	3
	C，D	×	○	×	○	×	2
	D，E	×	×	×	×	×	0

「本当」のことを言っている発言者が２人いるのは，A，BとC，Dの２組あるが，携帯電話の所有者と「本当」のことを言っている発言者が一致するのは，A，Bの場合のみである。

よって，正解は肢１である。

LEC東京リーガルマインド

KL10123