講座名	地上国Ⅱ機械職合格力完成講座				
試験種	技術職			テープ	2-274-001・002
編	講義編		科目	機械力学	
回数	1　回	講師名	丸山　大介		講師

配布/回収物

	品目コード	名称	配布クラス	数	回収	
1	KU02374	機械職合格力完成講座　機械力学テキスト	全クラス共通	1		
2	402274001	板書（本紙）	ＷｅｂＵｐのみ	1		
3	KU10871	11機械職合格力完成講座　機械力学合冊板書	全クラス共通	1		

進行予定

種別	実施時間	収録
講義	1:24	○
休憩	0:10	○
講義	1:21	○

講義進度

品目コード	名称	開始頁	終了頁
KU02374	機械職　合格力完成　機械力学	1	15

特記事項

＊402274001＊

テープコード
2－274－001・002

φ 力学

1. 静止系の力学

- ・力のつり合い
- (A) φ ・モーメントのつり合い

2. 質点の力学

- (B) φ ・運動方程式
- ・運動量保存
- ・エネルギー保存

工学の基礎参照

3. 剛体の力学

- (B) φ ・慣性モーメント
- (B+) φ ・運動方程式
- ・1次元の運動
- ・角運動量保存
- ・エネルギー保存

頻度低い

4. 特別な運動

- (C) ・円運動
- (A) φ ・単振動 → 第3章

(斜方投射，ωの定義 ⇒ (B−))

テープコード
2－274－001・002

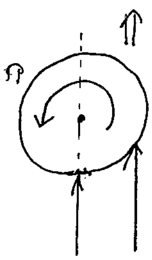
1. 静止している場合
（1-1、2-1）

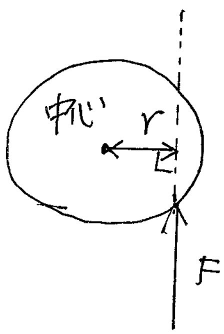
[静止 (or 等速運動)]

↕

- 1. 力のつり合い
- 2. モーメントのつり合い

◎ モーメント. ＝ 回転力 ⇒ 力の回転方向.





r：中心からのズレ
（うでの長さ）

$M = Fr$
（方向は回転方向に応じてつける）

[例題8] 静止している。

1. 物体を書き抜く
2. 力の発見（重力，接触力）
3. 力のつり合い，モーメントのつり合い

テープコード
2 －274－ 001 . 002

よこ：

$N_1 = F$

たて

$N_2 = W$

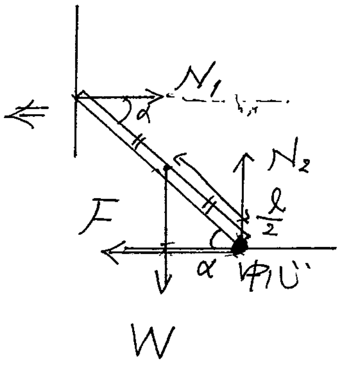
モーメントのつり合い

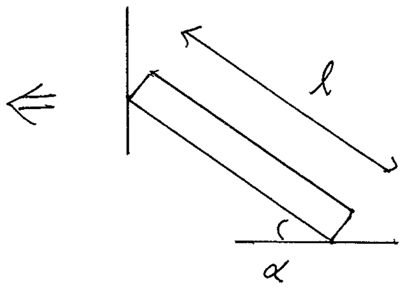
$W \times \frac{l}{2}\cos\alpha$

$= N_1 \times l \sin\alpha$

$\therefore W = 2N_1 \tan\alpha$

$\therefore F = \frac{W}{2\tan\alpha}$ //





摩擦力

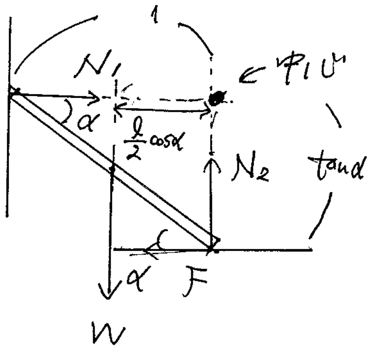
・「動き出した」…… μN

・「静止」 …… $F < \mu N$

モーメントのつり合い

$\frac{1}{2}W = F\tan\alpha$

$\therefore F = \frac{W}{2\tan\alpha}$ //



［例題 9］

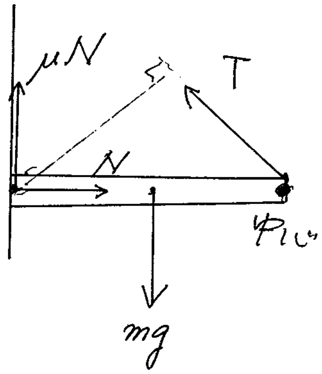
よこ： $\frac{T}{\sqrt{2}} = N$ ― ①

たて： $\mu N + \frac{T}{\sqrt{2}} = mg$ ― ②

モーメントのつり合い

$mg \times \frac{l}{2} = \mu N \times l$

$\therefore \mu N = \frac{1}{2}mg$ ― ③



①を②に代入.

$$\mu N + N = mg$$

ここに③を代入.

$$\mu N + N = 2\mu N$$

$$\therefore \mu = 1$$ //

。運動している場合.

1)　運動方程式　$F = ma$

2)　運動量保存則.

。$F\Delta t = mv' - mv$

。$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$(\quad v_2' - v_1' = e(v_1 - v_2))$

2物体の衝突

衝突

3)　エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = Const.$$

1)　$t,\ a$　(時刻)　←　(3)が×なら)

3)　$x,\ v$　(場所)　←　F　(仕事として求まれば)

テープコード
2 − 274 − 001 · 002

［例題 2］

x方向：　$v_0 = 0$，　$F_x = 0.5\,[N]$

$$0.5 = 0.1\,a_x$$

$$\therefore\ a_x = 5\ [m/s^2]$$

等加速度運動

$$\begin{cases} v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

$$v_x = 5 \times 3 = 15\ [m/s]$$

$$x = \frac{1}{2} \times 5 \times 3^2 = 22.5\ [m]$$

y方向：　$v_0 = 10$，　$F_y = -1\ [N]$

$$-1 = 0.1\,a_y$$

$$\therefore\ a_y = -10\ [m/s^2]$$

$$v_y = 10 - 10 \times 3 = -20\ [m/s]\ /\!/$$

$$y = 10 \times 3 - \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = -15\ [m]$$

［例題 3］

$$F = ma$$

$$\therefore\ a = \frac{F}{m} = 5 - t\ \ [m/s^2]$$

$$v = \int_0^t (5-t)\,dt = \left[5t - \frac{t^2}{2}\right] = (\ 22.5\ [m/s]\ )$$

$$x = \int_0^5 v\,dt = \int_0^5 \left(5t - \frac{t^2}{2}\right) dt = \left[\frac{5}{2}t^2 - \frac{t^3}{6}\right]_0^5 = 41.7\ [m]\ /\!/$$

テープコード
2－274－001・002

［例題4］

力＋時間 ⇒ 力積

$F\Delta t = mv' - mv$

$F \times 10 = 0 - 500 \times 20$

$\therefore F = -500 \times 2 = -1000\,[\mathrm{N}]$ //

→［例題2］ x方向

力積 $0.5 \times 3 = 1.5\,[\mathrm{N \cdot s}]$

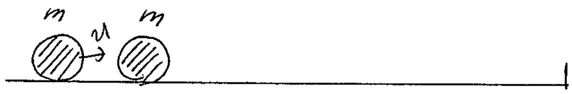
$1.5 = mu = 0.1u_x$

$\therefore u_x = 15\,[\mathrm{m/s}]$ //

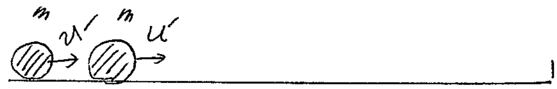
［例題5］

・~~運動量保存~~
・はね返り

① ⓔ



②



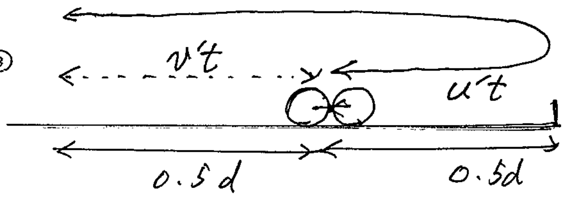
$mv = mv' + mu'$

$\therefore v = v' + u' \cdots ①$

$ev = u' - v' \cdots ②$

$\left(u' = \frac{1+e}{2}v,\ v' = \frac{1-e}{2}v \right)$

③



$$\begin{cases} v't = 0.5d \cdots ③ \\ u't = 1.5d \cdots ④ \end{cases}$$

$\Rightarrow \frac{1+e}{2}vt = 1.5d$

$\frac{1-e}{2}vt = 0.5d$

$\Rightarrow \frac{1+e}{1-e} = 3 \quad \therefore e = \frac{1}{2}$ //

テープコード
2 － 274－ 001 ・002

[例題 6]

エネルギー保存

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore\ v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \quad //$$

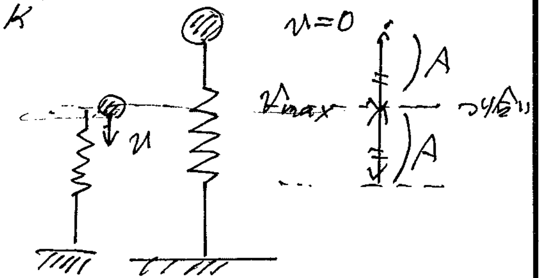
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\therefore\ x = \sqrt{\frac{mv_0^2 + 2mgh}{k}} \quad //$$

[例題 7]

バネ振り子 ⇒「中心＝つり合い位置」

$$mg = kx \quad \therefore\ x = \frac{mg}{k}$$



振幅：$\frac{mg}{k}$

エネルギー保存

$$mg \times \frac{mg}{k} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{(mg)^2}{k} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore\ v = g\sqrt{\frac{m}{k}} \quad //$$

・運動方程式　$F = ma$

①（着目する物体を決める）

→ 同じ運動をしているもののみを1つとみなせる。

② 着目する物体を書き抜く

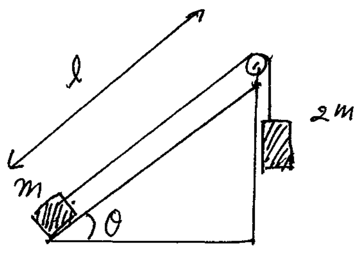
③ 力の発見（重力，接触力）

④ 運動方程式（→ v, x を求める）

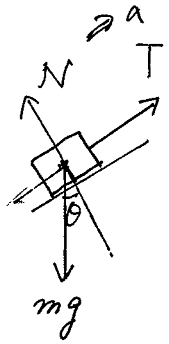
［例］

mが台の上に上がるまでの時間を求めよ。

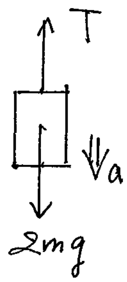
（時間→運動Eq.，速さ→エネルギー）



① 2つの物体 → 別々に動く → 1つ1つ式を立てる。



$ma = T - mg\sin\theta$



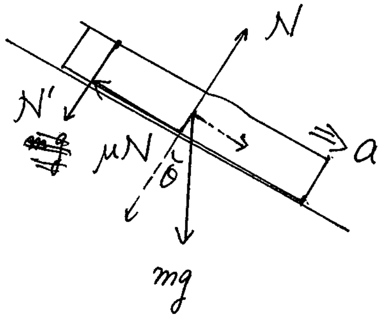
$2ma = 2mg - T$

$\therefore\ 3ma = mg(2-\sin\theta) \Rightarrow a = \frac{1}{3}mg(2-\sin\theta)$

$$\frac{1}{2}at^2 = l \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{6l}{mg(2-\sin\theta)}} \;//$$

［追加 1］

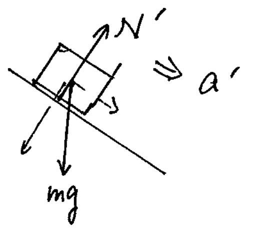
AとBが別々に動く.



$$ma = mg\sin\theta - \mu N$$

たて

$$N = mg\cos\theta + \cancel{m}N'$$



$$ma' = mg\sin\theta$$
$$N' = mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a' = g\sin\theta \\ a = g\sin\theta - 2\mu g\cos\theta \end{cases}$$

（AとBの差） $= l$

$$a' - a = 2\mu g\sin\theta \Rightarrow l = \frac{1}{2}(a'-a)t^2$$

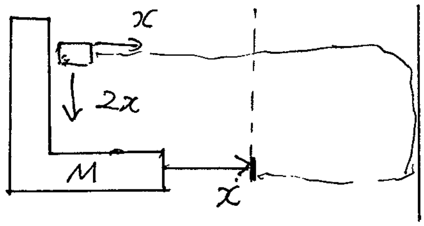
$$\cancel{\therefore\ l = \frac{1}{2}(a'-a)t^2}$$
$$\cancel{(v^2 - v_0^2 = 2ad)}$$

$$\therefore t = \sqrt{\frac{2l}{a'-a}} = \sqrt{\frac{l}{\mu g\sin\theta}}$$

$\cancel{\Rightarrow}$

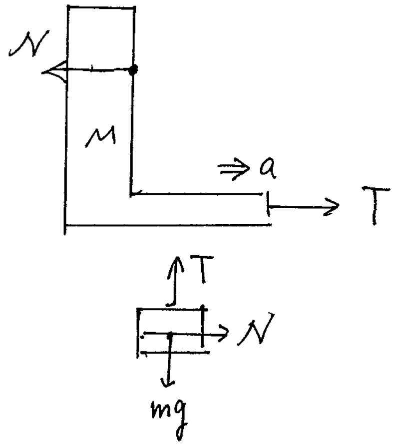
$$\therefore v = a't = \sqrt{\frac{gl\sin\theta}{\mu}} \;//$$

［追加２］



$\boxed{M}$ よこ a

$\boxed{m}$ よこ a
たて $2a$



$\therefore \quad Ma = T - N$

たて：
$2ma = mg - T$

よこ
$ma = N$

$(M + 3m)a = mg$

$$\therefore \quad a = \frac{mg}{M + 3m}$$

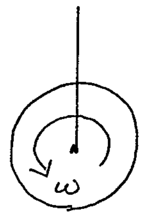
$\frac{h}{2}$ だけ横へ動けば、下へ落ちるので：

$$\frac{h}{2} = \frac{a}{2}t^2$$

$$\therefore \quad t = \sqrt{\frac{h}{a}} = \sqrt{\frac{(M+3m)h}{mg}} \quad //$$

M の速さを V とすると、$u = \sqrt{5}V$ //

◎ 剛体の回転運動



質点　→　剛体(回転)

$F \longrightarrow M$

$m \longrightarrow I$ (慣性モーメント = 回転質量)

$x \longrightarrow \theta$ (回転角)

微分

$v \longrightarrow \omega = \dot{\theta}$ (角速度 = 回転速度　1秒で回転する角度)

$a \longrightarrow \dot{\omega} (= \ddot{\theta})$ (角加速度)

回転の運動方程式

$$I\dot{\omega} = M$$

等角加速度運動の公式

$$\omega = \dot{\omega}t + \omega_0 \quad (v = at + v_0)$$

$$\theta = \frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 + \omega_0 t + \theta_0 \quad \left(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0\right)$$

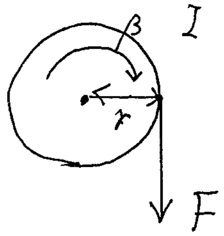
① 注目する物体を書き抜く

② 力を見付ける。

③ モーメントを計算

④ 運動方程式 $I\dot{\omega} = M$ を立てる。

テープコード
2 － 274 － 001 ・ 002



［例題 10］

1. 運動方程式

$$\begin{array}{ccccc} F & = & m & a \\ \updownarrow & & \updownarrow & \updownarrow \\ M & = & I & \beta \end{array}$$

$$\therefore \quad I\beta = Fr \quad \rightarrow \quad \beta = \frac{Fr}{I} \ /\!/$$

2. キョリ l だけ回る.

$$\rightarrow \quad l = r\theta \quad \cdots\cdots (*)$$

$$(v = r\omega)$$

$$\theta \leftrightarrow x \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2$$

$$\updownarrow$$

$$\theta = \frac{1}{2}\beta t^2 = \frac{Frt^2}{2I}$$

$$\therefore \quad l = \frac{Fr^2t^2}{2I} \qquad \text{よって.} \quad t = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2Il}{F}}$$

3 角運動量.

$$\begin{array}{cc} m & v \\ \updownarrow & \updownarrow \\ I & \omega \end{array}$$

$$(v = at)$$

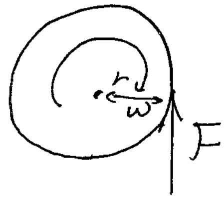
$$\omega = \beta t = \frac{Fr}{I} \times \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2Il}{F}} = \cancel{\#}$$

$$= \sqrt{\frac{2Fl}{I}}$$

$$\therefore \quad I\omega = \sqrt{2IFl} \ /\!/$$

テープコード
2－274－001・002

［例題11］



(1) 角加速度をβとする。

$$\left(\frac{1}{2}mr^2\right)\beta = -Fr$$

$$\therefore \beta = -\frac{2F}{mr}$$

$$(v = v_0 + at)$$

$$0 = \omega - \frac{2F}{mr}t \quad \therefore \quad F = \frac{mr\omega}{2t}$$

◎角運動量保存

$$(Ft = mv' - mv)$$

$$Mt = I\omega' - I\omega$$

$$-Frt = \frac{1}{2}mr^2 \times 0 - \frac{1}{2}mr^2\omega$$

$$\therefore \quad F = \frac{mr\omega}{2t}$$

(2) $\left(x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right)$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2 \quad \rightarrow \quad \beta = -\frac{2F}{mr} = \frac{-\omega}{t}$$

$$= \omega t + \frac{1}{2}\left(-\frac{\omega}{t}\right)t^2$$

$$= +\frac{1}{2}\omega t$$

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\omega t}{4\pi}$$

［例題 12］

回転と並進がまざった場合

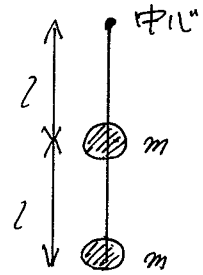
＜すべらない＞ ⇒ $a = r\dot{\omega}$

$v = r\omega$

。慣性モーメント

1. 離散系

$$I = \sum mr^2$$



$$I = ml^2 + m(2l)^2$$
$$= 5ml^2$$

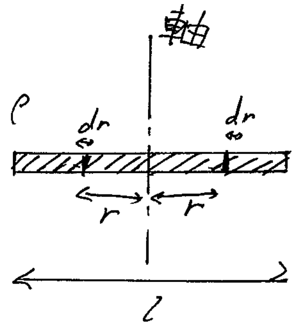
2. 連続系

$$I = \int r^2 \underbrace{dM}$$

⇓

《キョリがrの位置にある質量》

(1) 棒の場合.



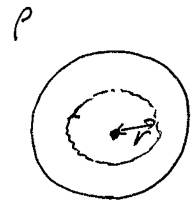
$$M = \rho l$$

$$dM = \rho \times 2dr$$

$$\therefore I = \int_0^{\frac{l}{2}} r^2 \times 2\rho dr$$

$$= 2\rho \left[\frac{r^3}{3}\right]_0^{\frac{l}{2}} = \frac{\rho l^3}{12} = \frac{Ml^2}{12}$$

(2) 円板の場合.



$$\rho \times \pi R^2 = M$$

$$dM = \rho \times 2\pi r dr$$

$$\therefore \ I = \int_0^R r^2 \times 2\pi\rho r dr$$

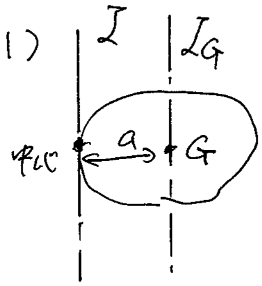
$$= 2\pi\rho\int_0^R r^3 dr$$

$$= \frac{\pi\rho}{2}R^4 = \frac{1}{2}MR^2 \ //$$

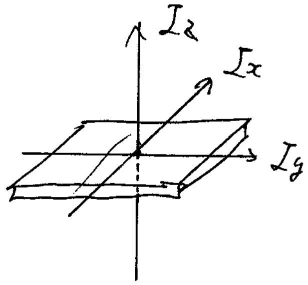
(1) 平行軸の定理　$I = I_G + Ma^2$

(2) 直~~行~~交軸の定理　$I_z = I_x + I_y$ (平板)

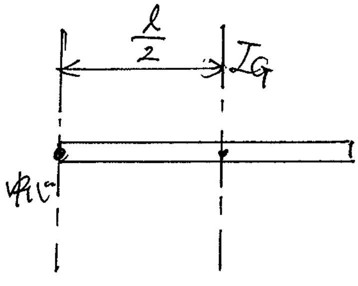
(1)



(2)



(棒)

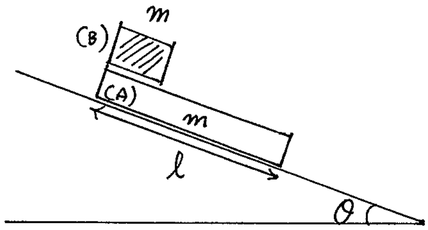


$$I = I_G + M\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12}Ml^2 + \frac{Ml^2}{4} = \frac{1}{3}Ml^2 \ //$$

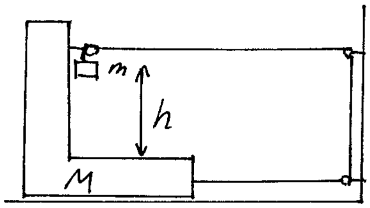
テープコード
2 − 274 − 001・002

【追加1】



図において、斜面と板Aの動摩擦係数をμ、AとBの間は、なめらかとする。静かに図のように2つの物体をおいたところ、A、Bともに動き出した。BがAから落ちる直前の~~A~~Bの速さを求めよ。

【追加2】



図において、mが下に落ちてMに~~落ち~~衝突する

(1) までの時間 t　(2) mの速さ v

を求めよ。初速は0とする。

~~【追加3】~~

LP