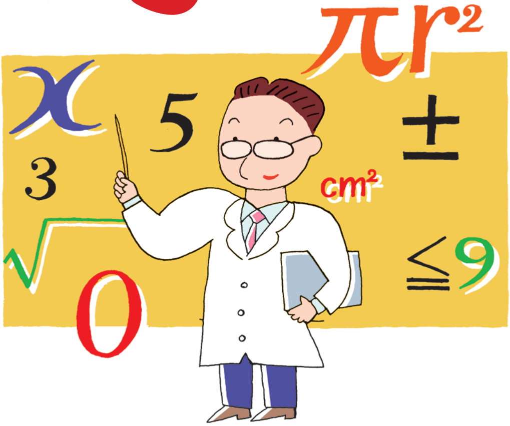
畑中敦子の
算数・数学の
超キホン!

畑中敦子



算数・数学をキレイさっぱり
忘れちゃった方に
オススメの「超入門書」!

SPI、公務員試験、その他各種試験の数学分野の基礎対策に!

LEC 東京リーガルマインド 編著

はしがき

就職試験のSPIや資格試験の数的処理は，すばやい処理能力が求められます。この能力を身につけるには，算数や数学の知識が不可欠となってきますが，算数や数学に対して苦手意識を持つ方も多くいらっしゃいます。そのような方が就職試験や資格試験を突破するためには，算数や数学の基礎的知識を復習し，「算数や数学は苦手」という意識を払拭することが大変有効な対策となります。

本書は，以下のような工夫を盛り込み，算数や数学の基礎的知識を効果的に効率良く復習していただけるよう企画制作されました。

＜本書の特長＞

1　数学・算数の知識を必要とする全ての試験に対応

本書は公務員採用試験だけに留まらず，SPI，SPIⅡなどの就職試験や大学入試試験など算数，数学の知識を用いる試験のための参考書としても活用いただけます。数学を必要としているのに，長い間数学から離れてしまった方にとって必携の１冊となっております。

2　細部まで行き届いたわかりやすい解説

本書は全て著者による書き下ろしとなっています。「キホン」では具体例を用いイメージがしやすくなっています。また，「トレーニング」の解説では従来省かれていた細かい計算を掲載し，疑問が残らないものとなっています。

3　「チェックテスト」→「キホン」→「トレーニング」で効率的な学習

各セクションには「チェックテスト」，「キホン」，「トレーニング」が掲載されています。「キホン」で知識を確認した後に「トレーニング」で問題演習をつむことにより，その知識を確かなものにしていきます。また，各セクションに設けられているチェックテストを解くことにより，苦手な箇所が明確になってきますので，試験直前期などに苦手な箇所を重点的に確認することが可能となります。

本書をご利用いただき，最終合格を勝ち取られることを心より祈念しています。

2011年12月吉日

株式会社　東京リーガルマインド
LEC総合研究所　公務員試験部

はじめに

数学って何のために勉強するのだろう…？　数学を苦手としてきた方なら少なからず感じてきた疑問ではないでしょうか。こんなことを勉強して将来何の役に立つのかと…。

中学，高校の学習指導要領の言葉を借りると，数学を勉強する目標は「数量や図形に対する概念を理解し，数理的な考察力や処理力を養う」ことにあるようです。つまり，公式を覚えて問題を解くこと自体ではなく，「解く」ということを通して理論的に問題を解決する力が養われているわけであり，そういったことは少なからず社会に出て役に立っているはずですよね。

確かに，数学を使う仕事はそれほど多くはないにしても，数量や図形に関わらない仕事はほとんどありませんし，数理的な処理能力は様々な場面で求められるものです。そして，就職試験のSPIや公務員試験の数的処理もまた，そういった処理能力や判断力を見るためのものであり，その他の試験においても同様の目的で，簡単な数学の問題を課するところが多いようです。

ところが近年，大学入試などの実情も様変わりし，中学，高校で数学にほとんど触れることなく大学を卒業する方も多いようで，就職の段階でSPIや数的処理で苦労されるというケースが多く見られます。

中学校の教科書からやり直せばいいのか，小学校まで戻る必要があるのか。具体的にどのような勉強をすればよいのかと，著者も公務員試験の受験生からよく相談を受けるのですが，教科書をすべてやり直すというのも効率の良い話ではなく，受験参考書も目的が違うわけですから，使い方を考慮せねばなりません。

そんなわけで，就職や資格試験を目指す大人の皆さんに，より効率良く算数や数学の復習をして頂くために手助けとして本書は誕生致しました。

読者の皆さんの受験される試験によっては，本書で十分かもしれませんし，まったく足りないかもしれません。また，必要のない部分もあることでしょう。ですから，本書はあくまでも，皆さんの目標たる試験の実戦的な勉強をサポートするためのものと思ってください。そのための使い方は様々であると思われます。

効率の良い勉強をすること。これも，皆さんが試されようとしている「処理能力」のひとつです。後述の「本書の効果的活用法」を参考に，ムダな勉強をしないよう，本書を有効に使って頂き，目標の実現に向けて頑張って頂きたいと思います。

2005年12月吉日

畑中敦子

Contents

畑中敦子の算数・数学の超キホン！

Contents

SECTION

4 方程式

SECTION

5 関　数

SECTION

6 規則性

SECTION

7 比と割合

SECTION

8 速　さ

SECTION

9 特殊算

Contents

SECTION

13 合同と相似

SECTION

14 三平方の定理

INDEX

本書の効果的活用法

SECTION

算数・数学の基本事項を14のセクションに分けました。苦手な分野は特にしっかり勉強しましょう!

基礎力チェックテスト

まずはこのチェックテストにトライしてください。各セクションの最も基本的な事項を確認するテストです。

SECTION

4 方程式

基礎力チェックテスト

次の方程式，不等式を解きなさい。

No.1 $3x+5=11$

No.2 $2x-8=6x+12$

No.3 $6(x-3)=-9$

No.4 $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 8x-3y=-1 \end{cases}$

No.5 $\begin{cases} 4x+7y=-15 \\ y=3x+5 \end{cases}$

No.6 $x^2+2=10$

No.7 $x^2-7x=2x$

No.8 $x^2+x-12=0$

4 方程式

解　答

チェックテストの答え合わせです。最終的な解答は太字で書かれていますから、解けた問題はここだけチェックしましょう。解き方も含めてきちんと解けた問題はOKです!

ここが完璧だったら、直接「トレーニング」へ進んでみてください。

確認するキホン

チェックテストでわからなかった問題は、対応する「キホン」でしっかり確認しましょう!間違えた問題でも、解き方がわかっているなら大丈夫です。

解　答

No.1	$3x=6$　$\therefore \boldsymbol{x=2}$	キホン9	2
No.2	$-4x=20$　$\therefore \boldsymbol{x=-5}$	キホン9	2
No.3	$6x-18=-9 \Leftrightarrow 6x=9$　$\therefore \boldsymbol{x=\frac{3}{2}}$	キホン9	2
No.4	$8x+4y=20$ $-)\ 8x-3y=-1$ $7y=21$　$\therefore \boldsymbol{y=3,\ x=1}$	キホン10	2
No.5	$y=3x+5$を，$4x+7y=-15$に代入する。 $4x+7(3x+5)=-15$ $4x+21x+35=-15$ $25x=-50$ $\therefore \boldsymbol{x=-2,\ y=-1}$	キホン10	3
No.6	$x^2=8$　$\therefore x=\pm\sqrt{8}=\boldsymbol{\pm 2\sqrt{2}}$	キホン11	2
No.7	$x^2-9x=0 \Leftrightarrow x(x-9)=0$ $\therefore \boldsymbol{x=0,\ x=9}$	キホン11	2
No.8	$(x-3)(x+4)=0$　$\therefore \boldsymbol{x=3,\ x=-4}$	キホン11	2
No.9	$-2x<6$　$\therefore \boldsymbol{x>-3}$	キホン12	2
No.10	$5x+1<3x+9$　より，$2x<8$ $\therefore x<4$　…① $3x+9<7x+5$　より，$-4x<-4$ $\therefore x>1$　…② ①，②より，$\boldsymbol{1<x<4}$	キホン12	3

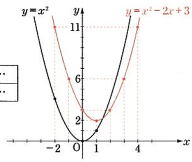
4 方程式

キホン16 平方完成

1 2次関数の頂点の座標

$y = x^2 - 2x + 3$ のグラフをかいてみましょう。いくつか対応する点をとってみると，$x = 1$ について y の値は対称になっているのがわかりますので，次のようなグラフがかけ，これは $y = x^2$ のグラフの頂点の位置が原点から（1，2）へ移動したグラフであることがわかります。

x	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y	11	6	3	2	3	6	11	…



これは，$y = x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x - 1)^2 + 2$ と変形でき，$(x - 1)^2 \geqq 0$ ですから，$x - 1 = 0$ のとき，つまり $x = 1$ のとき，$y = 2$ をとり，これが y の最小値となるわけです。ですから，（1，2）を頂点とするグラフになるわけで，これより次のことがわかります。

$y = a(x - p)^2 + q$ において，
$a > 0 \Rightarrow x = p$ のとき，y は最小値 q をとる。
$a < 0 \Rightarrow x = p$ のとき，y は最大値 q をとる。

5 関数

キホン

算数・数学の基本事項である55の項目について基礎から解説しました。

本　文

講義形式で書かれていますので、力を抜いて読んでください。ただし、わかっているところは読まなくて結構ですから、「トレーニング」へ進んでくださいね。

トレーニング

各セクションについて、実戦的な問題を解いてみましょう。中学校の教科書レベルの定番的な問題が中心ですから、ここで基礎力を定着させてください。

トレーニング38

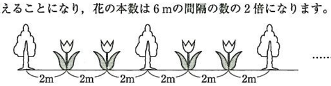
たての長さがよこの長さより18 m短い長方形の形をした公園がある。この公園の周囲に6 m間隔で木を植え，さらに木と木の間には2 m間隔で花を植える。（木の植えてある場所には花は植えない）花の本数が全部で68本であるとき，この長方形のよこ1列に植えてある木の本数は何本か。ただし，長方形の4つの角にはかならず木を植えるものとする。

1　10本
2　11本
3　12本
4　13本
5　14本

解　説

ここも、講義形式で書かれていますから、読みながら答え合わせです。わかりきっていることは読み飛ばし、疑問のところがあったら、対応する「キホン」に戻って確認してくださいね。

長方形の周上に並べる植木算なので，木の本数は間隔の数と等しくこの1間隔は6 mです。さらに，その6 mの間隔を2 mで割ると3つの小さな間隔に分けられるので，両端の木以外のところに花を植えると図のように木と木の間に2本の花を植えることになり，花の本数は6 mの間隔の数の2倍になります。



すなわち，花の本数は木の本数の2倍ですから木の本数は68 ÷ 2 = 34（本）となり，この長方形の周の長さは6 m × 34 = 204 mであることがわかり，よこの長さを x mとすると次のような方程式が成り立ちます。

$$2x + 2(x - 18) = 204$$
$$2x + 2x - 36 = 204$$
$$4x = 240$$
$$\therefore x = 60$$

よって，よこ1列に植える木の本数は両端にも植えるので，60 ÷ 6 + 1 = 11（本）とわかり，正解は肢2です。

6 規則性

畑中敦子の算数・数学の超キホン！

SECTION 1 整数の性質
SECTION 2 計算
SECTION 3 展開と因数分解
SECTION 4 方程式
SECTION 5 関数
SECTION 6 規則性
SECTION 7 比と割合
SECTION 8 速さ
SECTION 9 特殊算
SECTION 10 場合の数と確率
SECTION 11 図形の基本
SECTION 12 円の性質
SECTION 13 合同と相似
SECTION 14 三平方の定理

SECTION

1 整数の性質

基礎力チェックテスト

No.1 48の約数をすべて求めよ。

No.2 120と168の最大公約数はいくらか。

No.3 28，70，84の最大公約数はいくらか。

No.4 504を素因数分解せよ。

No.5 504の約数の個数を求めよ。

No.6 1～100の整数で，13の倍数をすべてあげよ。

No.7 120と168の最小公倍数はいくらか。

No.8 28，70，84の最小公倍数はいくらか。

No.9 238，491，654，723，826のうち，3の倍数はどれか。

No.10 576，634，726，882，966のうち，4の倍数はどれか。

解　答

No.1	**1，2，3，4，6，8，12，16，24，48**	キホン1	1
No.2	120＝24×5，168＝24×7より，**24**	キホン1	1
No.3	28＝14×2，70＝14×5，84＝14×6より，**14**	キホン1	1
No.4	504＝ $\mathbf{2^3 \times 3^2 \times 7}$	キホン1	2
No.5	No.4より，4×3×2＝**24（個）**	キホン1	3
No.6	**13，26，39，52，65，78，91**	キホン2	1
No.7	No.2より，24×5×7＝**840**	キホン2	1
No.8	No.3より，14×2×5×3＝**420**	キホン2	1
No.9	各位の和が3の倍数になる，**654と723**	キホン2	2
No.10	下2桁が4の倍数である，**576**	キホン2	2

キホン 1 約 数

1 約数

ある整数を割って割り切れる数を，その数の「約数」といいます。たとえば，12の約数は，１，２，３，４，６，12の６個です。

また，２数以上に共通する約数を「公約数」といい，その中で最大の数が「最大公約数（G.C.M）」です。たとえば，28と42のそれぞれの約数は，

28の約数　⇒　１，２，４，７，14，28
42の約数　⇒　１，２，３，６，７，14，21，42

となり，共通する約数は，１，２，７，14で，14がG.C.Mですね。さらに，これらの数はすべて14の約数であることもわかり，「公約数は，最大公約数の約数」であることもわかります。

G.C.Mを求めるには，右図のように共通する約数で順に割っていき，それをすべて掛け合わせると求められます。

$$14\left\{\begin{array}{r} 2 \\ 7 \end{array}\right.\begin{array}{|rr} 28 & 42 \\ \hline 14 & 21 \\ \hline 2 & 3 \end{array}$$

2 素因数分解

１とその数自身以外の約数を持たない数を「素数」といい，自然数を素数の積の形で表すことを「素因数分解」といいます。たとえば，300を素因数分解すると，図のように小さな素数から順に割っていき，$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$と分解できます。

$$\begin{array}{r|r} 2 & 300 \\ \hline 2 & 150 \\ \hline 3 & 75 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

3 約数の個数

たとえば前述の300の約数の個数は，素因数分解した$2^2 \times 3 \times 5^2$のそれぞれの指数（右上の累乗を示す数。書かれていないのは「１」と考える）に１を足した数を掛け合わせて，$(2+1) \times (1+1) \times (2+1) = 3 \times 2 \times 3 = 18$（個）と求められます。つまりこれは，300は，２が２個，３が１個，５が２個を掛け合わせた数ですから，これらのいくつかを掛け合わせた数がすべて300の約数になるわけで，２は２個ですからその使い方は０～２個の３通り，同様に３は２通り，５は３通りの使い方があり，その組合せが18通りとなるわけで，約数の個数を示すことになります。

キホン２ 倍 数

1 倍数

ある数で割って割り切れる数を，その数の「倍数」といいます。たとえば，７の倍数は，７，14，21，28，35…と続いていきます。

また，２数以上に共通する倍数を「公倍数」といい，その最小の数が「最小公倍数（L.C.M）」です。たとえば，30と45と60の場合，それぞれを素因数分解すると，30＝２×３×５，45＝３×３×５，60＝２×２×３×５ですから，G.C.Mはすべてに共通する，３×５＝15ですが，L.C.Mはそのすべての素因数を最小限に含めばよいので，３×５×２×２×３＝180と求めることができます。あとはこの180の倍数である，180，360，540，720…が，この３つの数の公倍数で，「公倍数は最小公倍数の倍数」とわかります。

L.C.Mの求め方は，G.C.Mと同様に小さい素数から順に割っていきます。共通で割れる数がなくなったらG.C.Mはそこまでですが，L.C.Mは３つのうち２つでも割れる数があったら続けます。右の場合，３と５までで３つに共通する約数は終わりですが，「２と４」はまだ２で割れますから割って，割れない「３」はそのまま下ろします。どの２つも共通で割れる数がなくなったら，図のようにLの字に掛ければL.C.Mを得ることができます。

3)	30	45	60
5)	10	15	20
2)	2	3	4
	1	3	2

2 倍数の見分け方

１桁の数（１と７を除く）の倍数は，次のような見分け方があります。

２の倍数　⇒　下１桁が２の倍数
３の倍数　⇒　各桁の数の和が３の倍数
４の倍数　⇒　下２桁が４の倍数
５の倍数　⇒　下１桁が０または５
６の倍数　⇒　下１桁が２の倍数で，各桁の数の和が３の倍数
８の倍数　⇒　下３桁が８の倍数
９の倍数　⇒　各桁の数の和が９の倍数

トレーニング 1

A～Cはいずれも２桁の整数で，$A \times B = 378$，$A \times C = 450$である。このとき，Aの値はいくらか。

1　16
2　18
3　21
4　25
5　30

$A \times B = 378$より，Aは378の約数で，$A \times C = 450$より，450の約数でもあるわけですから，378と450の公約数なので，まず，最大公約数を求めましょう。

$$
\begin{array}{r|rr}
2 & 378 & 450 \\ \hline
3 & 189 & 225 \\ \hline
3 & 63 & 75 \\ \hline
 & 21 & 25
\end{array}
$$

これより，最大公約数は$2 \times 3 \times 3 = 18$とわかりましたので，公約数は18の約数である，１，２，３，６，９，18の６個がありますが，条件よりAは２桁の整数なので，18に決まります。

正解は肢２ですね。

トレーニング 2

350の約数の総和はいくらか。

1　684
2　704
3　724
4　744
5　764

350を素因数分解すると，$2\times5^2\times7$ ですから，約数の個数は $(1+1)\times(2+1)\times(1+1)=12$（個）あります。では，この12個を素数の組合せ方に従って書き上げてみましょう。ちなみに，ある数の0乗は常に「1」となります。

$$\left.\begin{aligned}2^0\times5^0\times7^0&=1\times1\times1=1\\2^0\times5^0\times7^1&=1\times1\times7=7\end{aligned}\right\}①$$
$$\left.\begin{aligned}2^0\times5^1\times7^0&=1\times5\times1=5\\2^0\times5^1\times7^1&=1\times5\times7=35\end{aligned}\right\}②$$
$$\left.\begin{aligned}2^0\times5^2\times7^0&=1\times25\times1=25\\2^0\times5^2\times7^1&=1\times25\times7=175\end{aligned}\right\}③$$
$$\left.\begin{aligned}2^1\times5^0\times7^0&=2\times1\times1=2\\2^1\times5^0\times7^1&=2\times1\times7=14\\2^1\times5^1\times7^0&=2\times5\times1=10\\2^1\times5^1\times7^1&=2\times5\times7=70\\2^1\times5^2\times7^0&=2\times25\times1=50\\2^1\times5^2\times7^1&=2\times25\times7=350\end{aligned}\right\}④$$

ではこれらの和ですが，まず①の2数の和は $1\times1\times(1+7)$，②の2数は $1\times5\times(1+7)$ なので，①+②では $1\times(1+5)\times(1+7)$，さらに③を加えると，$1\times(1+5+25)\times(1+7)$ となり，この仕組みでわかるように，④を加えると，$(1+2)\times(1+5+25)\times(1+7)=3\times31\times8=744$ となり，正解は肢4です。

このように，ある数の約数の和は，素因数分解して $a^m\times b^n$ と表せる数は，$(1+a+\cdots a^m)\times(1+b+\cdots b^n)$ で求めることができます。

トレーニング 3

たて18cm，よこ30cmの長方形のタイルを，すきまなくかつ重なることなく敷き詰めて正方形を作りたい。正方形の１辺の長さが４m以上５m以下のとき，タイルは何枚必要か。

1　225枚
2　300枚
3　375枚
4　450枚
5　525枚

正方形のたての長さは18cmの倍数，よこの長さは30cmの倍数で，その長さは同じですから，18と30の公倍数の長さになります。

18と30の最小公倍数は，18＝２×３×３，30＝２×３×５ですから，２×３×３×５＝90となり，４m以上５m以下の範囲で90cmの倍数は450cmのみですから，これが１辺の長さに決まります。

よって，たてには450÷18＝25（枚），よこには450÷30＝15（枚）のタイルを敷き詰めるので，25×15＝375（枚）のタイルが必要となり，正解は肢３です。

トレーニング 4

4桁の整数589Aは6の倍数であり，75A8は8の倍数である。このとき，Aの値はいくらか。

1　2
2　4
3　5
4　6
5　8

589Aが6の倍数になるにはAは偶数で，さらに各桁の和である5＋8＋9＋A＝22＋Aが3の倍数になる必要があり，このようなAは2と8の2通りがあります。

また，75A8が8の倍数になるには，下3桁の5A8が8の倍数である必要がありますので，Aに2と8を代入して確認しますと，528＝8×66ですが，588は8で割り切れません。

これより，A＝2とわかり，正解は肢1です。

トレーニング 5

最大公約数が54，最小公倍数が810である２つの整数の差としてありうるのはどれか。

1　54
2　81
3　108
4　135
5　162

２つの整数の最大公約数が54なので，この２数を54で割った商をそれぞれa，bとしましょう。

そうすると，最小公倍数は$54 \times a \times b$となりますので，$54ab = 810$より，$ab = 15$ですからaとbは，（1，15），（3，5）のいずれかになります。

（1，15）のとき，２数は$54 \times 1 = 54$と$54 \times 15 = 810$で，その差は756ですが，（3，5）のときは，$54 \times 3 = 162$と$54 \times 5 = 270$で，その差は108となり，肢３が正解とわかります。

また，この問題でわかるように，２数の最大公約数をG，最小公倍数をLとし，２数のそれぞれをGで割った商をa，bとすると，$L = G \times a \times b$となり，GとLの積は$G \times G \times a \times b$となり，もとの２数は$G \times a$と$G \times b$ですから，その積と一致することがわかります。

よって，２つの整数の積＝その２数の最大公約数と最小公倍数の積が成り立ちますので，覚えておきましょう。

MEMO

SECTION

2 計算

基礎力チェックテスト

次の計算をせよ。

No.1 $(-3)\times(-15)$

No.2 $5+(2-9)\times 3$

No.3 $-3^2\times 2+(-3)^2$

No.4 $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{5}$

No.5 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{4}\div\dfrac{6}{5}$

No.6 $a+2b+2a-4b$

No.7 $2a\times a^2\times 3b$

No.8 $(a^3)^2\times a^4$

No.9 $\sqrt{3}\times\sqrt{6}+\sqrt{8}$

No.10 $\dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ を有理化せよ。

解答

No.1 **45** ▶キホン3 1

No.2 $5+(-7)\times 3=5-21=\mathbf{-16}$ ▶キホン3 2

No.3 $-9\times 2+9=\mathbf{-9}$ ▶キホン3 3

No.4 $\dfrac{5+3}{15}=\mathbf{\dfrac{8}{15}}$ ▶キホン4 1

No.5 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{4}\times\dfrac{5}{6}=\mathbf{\dfrac{5}{16}}$ ▶キホン4 2

No.6 $\mathbf{3a-2b}$ ▶キホン5 1

No.7 $\mathbf{6a^3b}$ ▶キホン5 2

No.8 $a^6\times a^4=\mathbf{a^{10}}$ ▶キホン5 3

No.9 $\sqrt{18}+\sqrt{8}=3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=\mathbf{5\sqrt{2}}$ ▶キホン6 3

No.10 $\dfrac{6\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{6}}{3}=\mathbf{2\sqrt{6}}$ ▶キホン6 4

キホン 3 計算の基本

1 正負の数

整数は，正の整数（プラス），0（ゼロ），負の整数（マイナス）の3種類に分けられ，正の整数を特に「自然数」とよびます。正負の数の計算は次のとおりです。

① 正負の数の加減

「5 − 3 = 2」ですが，これは＋5と−3を合わせたものと考えると，プラスのほうが2大きいから「＋2」となるわけです。同様に「4 − 7 + 2 − 3」は，プラスが4と2で合わせて6，マイナスは7と3で10ですから，マイナスのほうが4大きいので，答えは「−4」となります。このように，正負のそれぞれの合計のどちらがいくら大きいかで，足し算の結果は表されます。

これでわかるように，「5 − 3」と「5 +(− 3)」は同じ意味ですが，負の数を引くとき，たとえば「5 −(− 3)」は逆に「5 + 3」と同じ意味になります。

② 正負の数の乗除

プラスとプラスを掛けるとプラスです。プラスとマイナスを掛ける，たとえば「3 ×(− 5)」は，「− 5」が3つあるわけですから「−15」です。また，マイナスとマイナスを掛ける，たとえば「(− 3)×(− 5)」は逆に「+15」となります。正×正＝正，正×負＝負，負×負＝正，つまり，同じ符号（+，−のこと）どうしなら正，異なる符号なら負の数となります。割り算も同様です。

2 計算の手順

1つの式に加減と乗除があるときは，乗除を優先して計算します。たとえば「4 + 2 × 3」は「2 × 3 = 6」を先に計算して「4 + 6 =10」となります。また，「かっこ」があるときはかっこの中を優先して計算します。たとえば「(4 + 2)× 3」は「4 + 2」を先に計算して「6 × 3 =18」となります。なお，(　)（小かっこ），｛　｝（中かっこ），〔　〕（大かっこ）があるときは，小かっこから順に計算してはずしていきましょう。

3 累乗

同じ数を2回以上掛け合わせた数をその数の累乗といい，「5 × 5」を「5^2」（5の2乗），「5 × 5 × 5」を「5^3」（5の3乗）と表します。

負の数の場合，「-5^2」は，2乗は「5」のみにかかるので「−25」ですが，「$(-5)^2$」は「− 5」にかかるので「(− 5)×(− 5)」で「+25」になります。

キホン 4 分数の計算

1 分数の加減

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1+1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$となります。図にすると次のようなイメージですね。

このように，分母が同じであれば分子どうしを足したり引いたりすることで計算できますが，分母が異なるときはそろえる，つまり「通分」する必要があります。

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$を計算してみましょう。分母を２と３の最小公倍数である６にそろえると，$\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$，$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$ですから，$\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$となります。分数は分母と分子の両方に同じ数を掛けたり割ったりしても値は変わらないことを利用して，分母を最小公倍数にそろえて計算するわけです。

また計算の結果，分母と分子が同じ数で割れるようなら割って簡単にする，つまり「約分」を忘れずにしてくださいね。

2 分数の乗除

$\frac{1}{4}\times 2$は，$\frac{1}{4}$が２つですから$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$です。$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$は，$\frac{1}{2}$をさらに３つに割るわけですから$\frac{1}{6}$となります。これでわかるように，分数に整数を掛けるときは分子に掛け，分数どうしを掛けるなら分母どうし，分子どうしをそのまま掛けて計算できます。

分数の累乗の場合は，たとえば$\left(\frac{2}{3}\right)^3$は$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$でわかるように，分母と分子をそれぞれ３乗すれば計算できます。

また割り算は，たとえば「２で割る」は$\frac{1}{2}$を掛けることと一緒ですから，逆数（１をその数で割った数。分数の場合は分母と分子を逆にすればよい）にして掛けることで計算できます。たとえば，$\frac{4}{3}\div\frac{6}{5}=\frac{4}{3}\times\frac{5}{6}=\frac{20}{18}=\frac{10}{9}$となります。もちろん，約分は途中の段階でしても結構です。

キホン 5 文字式の計算

1 文字式の加減

アルファベットなどの文字を含む式の計算です。たとえば，$a+a$ は a が2つですから $2a$ ですね。

同様に $3a-5b-2a+b$ は，a どうし，b どうしの前の数字（「係数」といいます）をまとめて，$a-4b$ となります。ちなみに，この式の「$3a$」，「$-5b$」，「$-2a$」，「b」のそれぞれを「項」といい，文字の部分がまったく同じである項を「同類項」といいます。

文字式の加減は，このように同類項の係数を加減することで簡単にできます。

2 文字式の乗除

$a\times b$ はそのまま ab，$a\times a\times b=a^2b$，$2a\times 3b=6ab$ のように，数字どうし，文字どうしで掛け算することで簡単にできます。

割り算は，分数にして，$8a^4b^2\div 4a^2b^2$ は，$\dfrac{8a^4b^2}{4a^2b^2}$ として，同じ文字は同じ数だけ約分して，$2a^2$ となります。

3 指数法則

a の累乗 a^n の n をこの累乗の「指数」といいます。たとえば，$a^2\times a^3$ は，$(a\times a)\times(a\times a\times a)$ ですから，a^5 です。また，$(a^3)^2$ は，$(a\times a\times a)\times(a\times a\times a)$ ですから，a^6 です。同様に，$(a^2b)^2$ は，$(a\times a\times b)\times(a\times a\times b)$ ですから，a^4b^2 となります。

以上をまとめると，次のような法則が成り立つことがわかりますね。

指数法則① $a^m\times a^n=a^{m+n}$
指数法則② $(a^m)^n=a^{mn}$
指数法則③ $(ab)^n=a^nb^n$

キホン 6 平方根の計算

1 有理数と無理数

たとえば，$3=\dfrac{3}{1}$，$0.3=\dfrac{3}{10}$のように，整数，分数，小数はいずれも「分数の形で表せる数」で，このような数を「有理数」といいます。対して，分数で表せない数を「無理数」といい，$\sqrt{\ }$で表す数や円周率（π）などがあります。

2 平方根

2乗してaになる数を「aの平方根」といい，$+\sqrt{a}$と$-\sqrt{a}$の2つがあります。たとえば，4の平方根は，$+\sqrt{4}$（$=2$）と$-\sqrt{4}$（$=-2$）ですね。

$\sqrt{4}$のように，$\sqrt{\ }$の中が平方数（整数の2乗の数）であれば$\sqrt{\ }$ははずせます。また，$\sqrt{\ }$の中が平方数で割れるときも，それを前に出すことによって簡単にできます。たとえば，$\sqrt{18}=\sqrt{9\times 2}$で，これは$\sqrt{9}\times\sqrt{2}$と同じ意味ですから（3の計算方法参照），$\sqrt{9}=3$より，$3\sqrt{2}$と簡単にできます。

3 平方根の計算

$\sqrt{\ }$の付く数は，$\sqrt{\ }$の中が同じであれば前の数を加減することで簡単にできます。たとえば，$2\sqrt{2}+2\sqrt{5}-4\sqrt{2}+\sqrt{5}=-2\sqrt{2}+3\sqrt{5}$という要領です。また，$\sqrt{20}+\sqrt{45}$は，$\sqrt{\ }$の中を簡単にすると，$2\sqrt{5}+3\sqrt{5}=5\sqrt{5}$と計算できますね。

また乗除は，$\sqrt{\ }$の中の数をそのまま掛けたり割ったりできます。たとえば，$2\sqrt{3}\times 3\sqrt{6}=6\sqrt{18}=6\times 3\sqrt{2}=18\sqrt{2}$，$6\sqrt{10}\div 2\sqrt{5}=3\sqrt{2}$という要領です。

4 分母の有理化

分母に$\sqrt{\ }$があるときは，それをはずして有理数にするというルールがあり，これを「有理化」といいます。たとえば，$\dfrac{2}{\sqrt{2}}$は分母と分子に$\sqrt{2}$をかけて$\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$と有理化します。分母に2つの項があるときは，乗法公式（§3キホン7－3－③の公式）を使って有理化します。たとえば，$\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$は，「$\sqrt{2}-1$」を分母と分子に掛けて，$\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2-1}=\sqrt{2}-1$と計算します。

トレーニング 6

次の計算をせよ。

No.1 $8-5\times 2+12\div(-4)$

No.2 $(13+2)\times 5-64\div(2-6)$

No.3 $(-7)^2+3-5^2-(-2)^3$

No.4 $(-2)^3\times 7-\{9-(2-20)\}\div(-3)^2$

No.1

$$
\begin{aligned}
&8-5\times 2+12\div(-4)\\
&=8-10+(-3)\\
&=-5
\end{aligned}
$$

No.2

$$
\begin{aligned}
&(13+2)\times 5-64\div(2-6)\\
&=15\times 5-64\div(-4)\\
&=75+16\\
&=91
\end{aligned}
$$

No.3

$$
\begin{aligned}
&(-7)^2+3-5^2-(-2)^3\\
&=49+3-25-(-8)\\
&=49+3-25+8\\
&=35
\end{aligned}
$$

No.4

$$
\begin{aligned}
&(-2)^3\times 7-\{9-(2-20)\}\div(-3)^2\\
&=-8\times 7-\{9-(-18)\}\div 9\\
&=-56-(9+18)\div 9\\
&=-56-27\div 9\\
&=-56-3\\
&=-59
\end{aligned}
$$

トレーニング 7

次の計算をせよ。

No.1 $\frac{4}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$

No.2 $-\frac{5}{4}\div\frac{3}{10}\times\left(\frac{2}{5}\right)^2$

No.3 $\frac{2}{5}\times\left(-\frac{11}{2}\right)-\left(\frac{3}{8}-\frac{5}{12}\right)\div\left(\frac{1}{3}\right)^2$

No.1 $\frac{4}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=\frac{4}{5}\times\frac{4-3}{12}=\frac{\cancel{4}}{5}\times\frac{1}{\cancel{12}_{3}}=\frac{1}{15}$

No.2 $-\frac{5}{4}\div\frac{3}{10}\times\left(\frac{2}{5}\right)^2=-\frac{\cancel{5}}{\cancel{4}}\times\frac{\cancel{10}^{2}}{3}\times\frac{\cancel{4}}{\cancel{25}}=-\frac{2}{3}$

No.3 $\frac{2}{5}\times\left(-\frac{11}{2}\right)-\left(\frac{3}{8}-\frac{5}{12}\right)\div\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$=-\frac{11}{5}-\frac{9-10}{24}\times 9$

$=-\frac{11}{5}-\left(-\frac{1}{24}\right)\times 9$

$=-\frac{11}{5}+\frac{3}{8}$

$=\frac{-88+15}{40}$

$=-\frac{73}{40}$

トレーニング 8

次の計算をせよ。

No.1 $-3a^2+7-5a+a^2-6a+8$

No.2 $24a^5b^2\div(-6ab^2)\times(-3b)^2$

No.3 $(2x^2)^4\times(-3x^3)\div 8x^5$

No.4 $\dfrac{5a}{3}\times 2a-\dfrac{3a^2}{2}+\dfrac{a^3}{12}\div\dfrac{a}{2}$

No.1

$$\begin{aligned}&-3a^2+7-5a+a^2-6a+8\\=&-2a^2-11a+15\end{aligned}$$

No.2

$$\begin{aligned}&24a^5b^2\div(-6ab^2)\times(-3b)^2\\=&\frac{24a^5b^2}{-6ab^2}\times 9b^2\\=&-4a^4\times 9b^2\\=&-36a^4b^2\end{aligned}$$

No.3

$$\begin{aligned}&(2x^2)^4\times(-3x^3)\div 8x^5\\=&16x^8\times(-3x^3)\div 8x^5\\=&\frac{-48x^{11}}{8x^5}\\=&-6x^6\end{aligned}$$

No.4

$$\begin{aligned}&\frac{5a}{3}\times 2a-\frac{3a^2}{2}+\frac{a^3}{12}\div\frac{a}{2}\\=&\frac{10a^2}{3}-\frac{3a^2}{2}+\frac{a^3}{12}\times\frac{2}{a}\\=&\frac{20a^2}{6}-\frac{9a^2}{6}+\frac{a^2}{6}\\=&\frac{12a^2}{6}\\=&2a^2\end{aligned}$$

トレーニング 9

次の問いに答えよ。

No.1 $\sqrt{5} < n < 3\sqrt{7}$ を満たす整数 n をすべてあげよ。

No.2 $\sqrt{32}+\sqrt{5}\times\sqrt{15}-\sqrt{14}\div\sqrt{7}$ を計算せよ。

No.3 $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ を有理化せよ。

No.1 すべて正の数であれば，それぞれ2乗しても大小関係は変わりませんから2乗しましょう。すると，$5 < n^2 < 9\times 7$ より，5より大きく63より小さい平方数を考えると，$3^2=9$ から $7^2=49$ までがこの範囲にあることがわかります。よって，条件を満たす整数 n は3，4，5，6，7の5つですね。

No.2

$$\begin{aligned}&\sqrt{32}+\sqrt{5}\times\sqrt{15}-\sqrt{14}\div\sqrt{7}\\&=4\sqrt{2}+5\sqrt{3}-\sqrt{2}\\&=3\sqrt{2}+5\sqrt{3}\end{aligned}$$

No.3

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$$

分母，分子それぞれを，乗法公式と分配法則（§3キホン7）ではずして，

$$\frac{2\sqrt{15}+6}{5-3}=\frac{2\sqrt{15}+6}{2}=\sqrt{15}+3$$

INDEX

<執筆>

畑中敦子（はたなか・あつこ）
大手受験予備校を経て、1994年度より14年間、LEC東京リーガルマインド専任講師として「主要５科目完全マスター講座」等、主に地方上級・国家一般職（旧国家Ⅱ種）レベルの数的処理の講座を担当。独自の解法講義で人気を博した。

畑中敦子の算数・数学の超キホン！

2006年１月５日　第１版　第１刷発行
2011年12月15日　　　　　第７刷発行

執　筆●畑中 敦子
編著者●株式会社 東京リーガルマインド
LEC総合研究所　公務員試験部

発行所●株式会社 東京リーガルマインド
〒164-0001 東京都中野区中野4-11-10
アーバンネット中野ビル
☎03(5913)5011(代　表)
☎03(5913)6336(出版部)
☎048(999)7581(書店様用受注センター)
振　替　00160-8-86652
www.lec-jp.com/

本文フォーマットデザイン●デザインスタジオ ケイム
カバーデザイン●コミュニケーションアーツ
印刷・製本●秀英堂紙工印刷株式会社

ISBN978-4-8449-0394-9

ISBN978-4-8449-0394-9
C3330 ¥1000E

9784844903949

1923330010008

定価1,050円 本体1,000円 +税5%
KD00394

畑中敦子の
算数・数学の
超キホン!